

9 класс
Экспериментальный тур

Задача №1. Греем гайку

Задание: определите теплоёмкость гайки. Погрешности оценивать не нужно.

Оборудование: пластиковый контейнер с крышкой, резистор ($R = 3.3 \text{ Ом}$ подвешенный на крышке контейнера) с проводами, гайка, термометр, секундомер, три батарейки АА с держателем (или одна плоская батарейка), мультиметр, фиксатор для термометра, миллиметровая бумага для построения графиков.

Примечание: Измерения следует проводить в процессе остывания предварительно нагретого контейнера, так как в процессе нагревания массивная металлическая гайка не успевает прогреться до температуры окружающего воздуха.

9 класс

Экспериментальный тур

Задача №2. Взвесить без весов

Оборудование: лакированный деревянный цилиндр (масса цилиндра указана в комплекте оборудования), отрезок пластиковой трубки, мерный цилиндр, две линейки, пластиковый стакан с водой (плотность воды $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$).

В работе требуется оценка погрешностей: как измеряемых, так и расчетных величин.

0. Запишите в своё решение массу M выданного вам лакированного цилиндра.
1. Определите среднюю плотность ρ лакированного цилиндра.
2. Определите массу отрезка пластиковой трубки m двумя способами: используя правило моментов сил и закон Архимеда.

10 класс

Экспериментальный тур

Задача №1. Внутренний объем трубки

Оборудование: два шприца (20 мл и 5 мл) с «неизвлекаемыми» поршнями, прозрачная трубка, миллиметровая бумага для построения графика, отрезок равномерной шкалы, скотч и ножницы (выдаются по требованию).

Определите внутренний объем выданной вам прозрачной трубки и оцените его погрешность.

Примечание

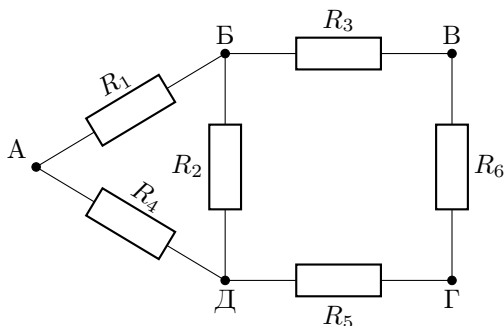
1. **ВАЖНО!** Запрещается разбирать шприцы (извлекать из них поршни)!
Такие методы будут оценены в 0 баллов.
2. Миллиметровка может быть использована только для построения графиков. Вы не можете пользоваться ей в качестве измерительного инструмента.

10 класс Экспериментальный тур

Задача №2. Серый ящик

Оборудование: «серый ящик», мультиметр.

В выданном вам сером ящике собрана электрическая цепь, схема которой представлена на рисунке. Обозначения выводов на «сером ящике» соответствуют обозначениям на схеме.



При необходимости выводы серого ящика можно соединять друг с другом. С помощью имеющегося оборудования выполните следующие задания.

1. Определите, у какого из резисторов наименьшее сопротивление.
2. Найдите сопротивления всех резисторов и оцените их погрешности.
3. Как необходимо соединить выводы «серого ящика» друг с другом, чтобы сопротивление получившейся цепи между некоторыми двумя точками было равно (167 ± 5) Ом? Укажите, какие выводы необходимо соединить и между какими выводами при этом получится требуемое сопротивление.

Важно! В начале работы укажите номер выданного вам «серого ящика», если ящики занумерованы. *Примечание:* считайте, что погрешность мультиметра составляет 1% от измеряемой величины.

11 класс

Экспериментальный тур

Задача №1. Внутренний объем трубки

Оборудование: два шприца (20 мл и 5 мл) с «неизвлекаемыми» поршнями, прозрачная трубка, миллиметровая бумага для построения графика, отрезок равномерной шкалы, скотч и ножницы (выдаются по требованию).

Определите внутренний объем выданной вам прозрачной трубки и оцените его погрешность.

Примечание

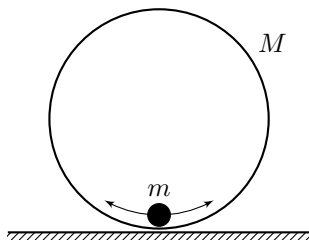
1. **ВАЖНО!** Запрещается разбирать шприцы (извлекать из них поршни)!
Такие методы будут оценены в 0 баллов.
2. Миллиметровка может быть использована только для построения графиков. Вы не можете пользоваться ей в качестве измерительного инструмента.

11 класс Экспериментальный тур

Задача №2. Колебания кольца

Оборудование: пластмассовое кольцо (внешний диаметр известен $D = 110$ мм), набор гаек (M8 — 1 шт, M10 — 6 шт; их массы указаны на установке), скотч, секундомер, миллиметровая бумага для построения графика.

Если установить кольцо вертикально на горизонтальную поверхность, закрепив в нижней части кольца небольшой груз, то при отклонении на небольшой угол от положения равновесия, кольцо, перекатываясь, будет совершать колебания. Период этих колебаний зависит от отношения масс M/m кольца и груза.



0. Укажите массы гаек M8 и M10, которые указаны у вас на установке. Запишите номер своей установки, если он указан.

1. Определите период колебаний кольца при различных массах груза (не менее 5 значений). Оцените погрешности.

2. Получите теоретическое выражение для периода колебаний.

3. Используя графическую обработку полученных экспериментальных данных, проверьте их соответствие теоретической модели.

4. Используя результаты п. 3, определите массу пластмассового кольца и оцените её погрешность.

9 класс

Задача №9-Е1. Греем гайку

Прежде всего необходимо определить теплоемкость системы контейнер-резистор-термометр без гайки. Закроем контейнер, вставим термометр и зафиксируем его с помощью отверстий в картонном фиксаторе. К выводам резистора подключим три последовательно соединенные пальчиковые батарейки АА. К этим же выводам подключим мультиметр в режиме вольтметра. В соответствии с примечанием к условию задачи во время нагревания системы никакие измерения проводить не будем. Нам необходимо лишь дождаться прекращения роста температуры и зафиксировать ее максимальное значение t_{\max} , а также напряжение на резисторе U в этот момент. Критерием прекращения роста температуры можно считать ее изменение менее чем на полградуса в течение двух минут. В авторском исполнении нагревание длилось 15-20 минут. При этом были получены следующие значения физических величин: комнатная температура $t_{\text{к}} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$, максимальная температура в контейнере $t_{\max} = 37\text{ }^{\circ}\text{C}$, напряжение на резисторе $U = 2.43\text{ В}$. В стационарном режиме количество теплоты, полученное от нагревателя за время $\Delta\tau$, равно количеству теплоты, отданному контейнером за то же время в окружающую среду (в комнату), а согласно закону Ньютона-Рихмана количество теплоты, отдаваемое нагретым телом холодному в единицу времени, пропорционально разности температур между телами

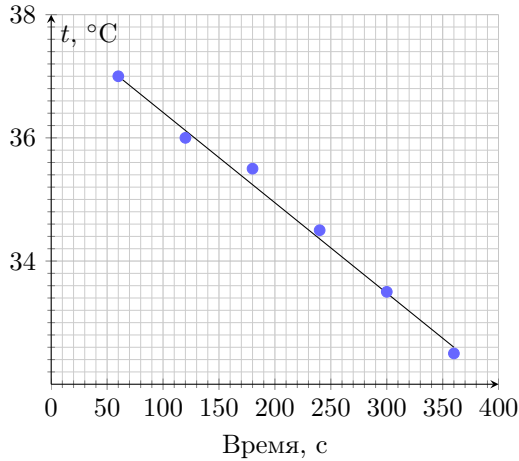
$$\frac{U^2}{R}\Delta\tau = \alpha(t_{\max} - t_{\text{к}})\Delta\tau,$$

где α – коэффициент теплоотдачи контейнера. Подставляя экспериментальные значения получаем $\alpha = 0.15\text{ Вт}/^{\circ}\text{C}$. Теперь отключаем батарейку и снимаем зависимость температуры t в контейнере от времени τ в окрестности 35 градусов. График этой зависимости представлен на рисунке ниже.

$\tau, \text{с}$	$t, ^{\circ}\text{C}$ (без гайки)	$t, ^{\circ}\text{C}$ (с гайкой)
60	37.0	37.0
120	36.0	36.0
180	35.5	35.5
240	34.5	35.0
300	33.5	34.5
360	32.5	33.5

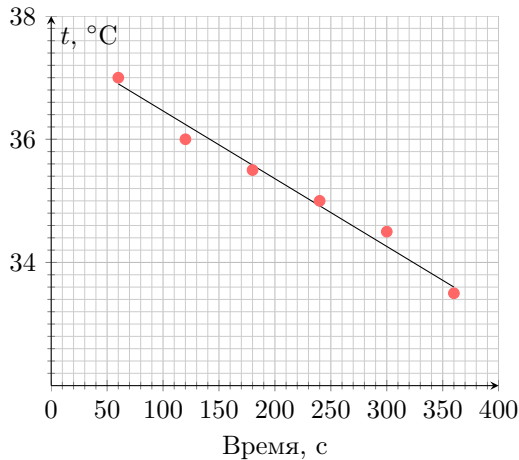
Уравнение теплового баланса

$$C_{\text{к}}\Delta t^0 = \alpha(t_{35} - t_{\text{к}})\Delta\tau,$$



где C_k — теплоемкость системы контейнер-резистор-термометр без гайки. Из графика зависимости $t(\tau)$ определяем $\frac{\Delta t^0}{\Delta \tau} = 0.014 \text{ } ^\circ\text{C/s}$ и находим $C_k = 107 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$. Аналогичные измерения в режиме остывания проводим при наличии гайки в контейнере. Их результаты также представлены в таблице и на рисунке ниже. Прямая остывания в этом случае идет более полого, и для нее $\frac{\Delta t^0}{\Delta \tau} = 0.011 \text{ } ^\circ\text{C/s}$, а теплоемкость контейнера вместе с гайкой $C_{кг} = 136 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$.

Теплоемкость гайки $C_{г} = C_{кг} - C_k = 29 \text{ Дж/}^\circ\text{C}$.



Примечание: При наличии резерва времени в процессе выполнения этого за-

дания желательнее убедиться в том, что коэффициент теплоотдачи контейнера одинаков при наличии и при отсутствии гайки в нем. Если коэффициенты теплоотдачи в этих двух случаях отличаются, то при расчете теплоемкостей следует использовать соответствующие значения коэффициентов.

Задача №9-Е2. Взвесить без весов

В авторском комплекте оборудования масса палочки $M = 1.02 \pm 0.02$ г, погрешность 2 единицы последнего разряда весов, относительная погрешность 2%.

Измерим длину палочки линейкой. Длина палочки $L = 240 \pm 1$ мм погрешность определяется ценой деления линейки, относительная погрешность 0.4%.

Определим плотность палочки с помощью силы Архимеда, для этого опустим палочку в мерный стакан и измерим длину H выступающей над водой части палочки: $H = 62 \pm 1$ мм. Длину выступающей части измерять удобнее, чем длину погруженной в воду части палочки, так как в первом случае удастся расположить линейку и палочку достаточно близко друг к другу. По закону Архимеда плотность палочки:

$$\rho_{\text{п}} = \rho_{\text{в}} \cdot \frac{L - H}{L} = 1.00 \cdot \frac{240 - 62}{240} = 0.74 \text{ г/см}^3.$$

Абсолютная погрешность числителя в этой формуле составляет 2 мм, так как при сложении и вычитании абсолютные погрешности складываются. Относительная погрешность числителя $\frac{2}{240-62} = 0.011 = 1.1\%$. При делении физических величин складываются относительные погрешности. Следовательно, относительная погрешность измерения плотности $0.4\% + 1.1\% = 1.5\%$. Окончательно для плотности:

$$\rho_{\text{п}} = 0.74 \pm 0.01 \text{ г/см}^3.$$

Определение массы трубки методом рычага. Для определения массы трубки m с использованием правила моментов сил найдем положение y центра масс палочки (y — расстояние от края палочки, на который в дальнейшем будет надета трубка). В авторском комплекте $y = 120 \pm 1$ мм, т.е. палочка является однородной. Наденем трубку на край палочки так, чтобы их торцы совпадали (заподлицо). Длина трубки $z = 49 \pm 1$ мм. Теперь определим положение центра масс системы палочка-трубка относительно того же торца: $x = 92 \pm 1$ мм. Правило моментов для этого случая имеет вид:

$$mg \left(x - \frac{z}{2} \right) = Mg(y - x),$$

откуда:

$$m = M \frac{y - x}{x - z/2} = 0.42 \text{ г.}$$

Абсолютная погрешность числителя этой дроби 2 мм, относительная $\frac{2}{28} = 0.07 = 7\%$. Абсолютная погрешность знаменателя 1.5 мм. Относительная $\frac{1.5}{67.5} = 0.02 = 2\%$. Относительная погрешность массы трубки $2\% + 7\% + 2\% = 11\%$, $0.11 \cdot 0.420 = 0.046$ г. Окончательно

$$m = 0.42 \pm 0.05 \text{ г.}$$

Определение массы трубки с помощью силы Архимеда. Опустим палочку с надетой трубкой в мерный стакан тяжелым концом вниз. Палочка должна плавать не касаясь дна. Измерим длину h выступающей над водой части палочки $h = 42 \pm 1$ мм. Условие равновесия палочки:

$$(m + M)g = \rho_0 g \frac{\pi}{4} (D^2 z + d^2 (L - z - h)),$$

где D — внешний диаметр трубки на палочке, d — диаметр палочки, $(L - z - h)$ — длина части палочки без трубки, находящейся в воде. D и d определим методом прокрутки, сделав десять оборотов с помощью двух линеек:

$$10\pi d = 85 \pm 1 \text{ мм}, \quad d = 2.71 \pm 0.03 \text{ мм},$$

относительная погрешность, $\frac{1}{85} = 0.012 = 1.2\%$,

$$10\pi D = 125 \pm 1 \text{ мм}, \quad D = 3.98 \pm 0.03 \text{ мм},$$

относительная погрешность $\frac{1}{125} = 0.008 = 0.8\%$. Из условия равновесия палочки находим

$$m = \rho_0 \frac{\pi}{4} (D^2 z + d^2 (L - z - h)) - M = 0.45 \text{ г.}$$

Последовательно оценим погрешность:

- Абсолютная погрешность $(L - z - h)$ равна 3 мм. Относительная $\frac{3}{149} = 0.02 = 2\%$.
- Относительная погрешность $d^2 (L - z - h)$ равна $1.2\% + 1.2\% + 2\% = 4.4\%$. Абсолютная погрешность $d^2 (L - z - h)$ равна $2.71 \cdot 2.71 \cdot 149 \cdot 0.044 = 48 \text{ мм}^3$.
- Окончательно $d^2 (L - z - h) = 1094 \pm 48 \text{ мм}^3$.
- Относительная погрешность $D^2 z$ равна $0.8\% + 0.8\% + 2\% = 3.6\%$. Абсолютная погрешность $D^2 z$ равна $3.98 \cdot 3.98 \cdot 49 \cdot 0.036 = 28 \text{ мм}^3$.
- Окончательно $D^2 z = 776 \pm 28 \text{ мм}^3$.
- Абсолютная погрешность $(D^2 z + d^2 (L - z - h))$ равна $28 + 48 = 76 \text{ мм}^3$. Относительная погрешность $(D^2 z + d^2 (L - z - h))$ равна $\frac{76}{776 + 1094} = 0.041 = 4.1\%$.
- Абсолютная погрешность $\rho_0 \frac{\pi}{4} (D^2 z + d^2 (L - z - h))$ равна $1 \cdot \frac{3.14}{4} (1.094 + 0.776) \cdot 0.041 = 0.06$ г.

- Абсолютная погрешность $\rho_0 \frac{\pi}{4} (D^2 z + d^2 (L - z - h)) - M$ (окончательного результата) равна $0.06 + 0.02 = 0.08$ г.
- Итоговое значение: $m = 1 \cdot \frac{3.14}{4} (1.094 + 0.776) - 1.02 = 0.45$ г.

$$m = 0.45 \pm 0.08 \text{ г}$$

Относительная погрешность результата, полученного с использованием силы Архимеда, равна 18%. Реальное значение массы трубки, полученное непосредственно с помощью весов $m = (0.44 \pm 0.02)$ г.

Шифр

 Σ

9-Е1. Греем гайку

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Фиксация комнатной температуры	1.0		
	Определение коэффициента теплоотдачи контейнера без гайки			
2	Измерение установившейся температуры t_{max} в контейнере без гайки.	0.5		
3	Измерение напряжения на резисторе в режиме установившейся температуры в контейнере без гайки.	0.5		
4	Формула для мощности электрического нагревателя.	0.5		
5	Формула для вычисления коэффициента теплоотдачи контейнера без гайки (тепловой баланс).	0.5		
6	Числовое значение коэффициента теплоотдачи контейнера без гайки	2.0		
7	Штраф за неуказанные единицы измерения	-1.0		
	Снятие зависимости температуры от времени в режиме остывания без гайки			
8	Количество точек не менее 5	1.0		
9	Запись данных в таблицу	1.0		
10	График: размер и подпись осей	0.5		
11	График: оцифровка осей	0.5		
12	График: нанесение точек	0.5		
13	График: линия графика	0.5		
	Вычисление теплоемкости системы без гайки			
14	Формула (тепловой баланс)	0.5		
15	Угловой коэффициент касательной	0.5		
16	Найдено значение теплоемкости	1.0		
17	Штраф за неуказанные единицы измерения	-0.5		
	Определение коэффициента теплоотдачи контейнера с гайкой			
18	Измерение установившейся t_{max} температуры в контейнере с гайкой и напряжения на резисторе.	0.5		
19	Числовое значение коэффициента теплоотдачи контейнера с гайкой.	0.5		

	Снятие зависимости температуры от времени в режиме остывания с гайкой			
20	Количество точек не менее 5.	1.0		
21	Оформление таблицы	1.0		
22	График: размер и подпись осей	0.5		
23	График: оцифровка осей	0.5		
24	График: нанесение точек	0.5		
25	График: линия графика	0.5		
	Вычисление теплоемкости системы с гайкой			
26	Найдено значение теплоемкости	1.0		
27	Штраф за неуказанные единицы измерения	-0.5		
28	Теплоемкость гайки отличается от истинной не более чем на 15% — Теплоемкость гайки отличается от истинной не более чем на 30% — Теплоемкость гайки отличается от истинной не более чем на 50%	3.0 2.0 1.0		
29	Штраф за неуказанные или неверные единицы измерения	-1.0		

Шифр

 Σ **9-Е2. Взвесить без весов**

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Измерена длина палочки L	1.0		
1.2	Описание метода определения плотности палочки ρ_n (расчетная формула)	1.0		
1.3	Измерение H или аналогичной величины	0.5		
1.4	Результат для плотности попал в 10% – Результат для плотности попал в 20%	2.0 1.0		
1.5	Штраф за неуказанные единицы измерения	-1.0		
1.6	Указана абсолютная погрешность измерения плотности	0.5		
	Определение массы кембрика с использованием правила моментов			
2.1	Описание метода, чертеж, обозначение используемых величин	0.5		
2.2	Проверка однородности палочки	0.5		
2.3	Измерение длины кембрика	0.5		
2.4	Измерение положения центра масс палочки с кембриком	0.5		
2.5	Уравнение моментов сил	1.0		
2.6	Результат для массы кембрика попал в 10% – Результат для массы кембрика попал в 20%	2.0 1.0		
2.7	Штраф за неуказанные единицы измерения	-1.0		
2.8	Указана абсолютная погрешность измерения массы кембрика	0.5		
	Определение массы кембрика с использованием силы Архимеда			
2.9	Описание метода, чертеж, обозначение используемых величин	0.5		
2.10	Расчетная формула для условие плавания палочки	2.0		
2.11	Расчетная формула формула для массы кембрика	0.5		
2.12	Измерение h или аналогичной величины	0.5		
2.13	Измерение диаметра палочки d , методом, дающим точность не ниже 3%	1.0		
2.14	Измерение диаметра кембрика D , методом, дающим точность не ниже 3%	1.0		

2.15	Корректно оценены погрешности d и D , и их относительные величины не превышают 3%	0.5		
2.16	Результат для массы кембрика попадает в 20% – Результат для массы кембрика попадает в 30% – Результат для массы кембрика попадает в 40%	3.0 2.0 1.0		
2.17	Штраф за неуказанные единицы измерения	-1.0		
2.18	Корректно оценена абсолютная погрешность m	0.5		

10 класс

Задача №10-Е1. Внутренний объем трубки

Для начала увеличим точность шкалы шприца объемом 20 мл, для этого приклеим к нему бумажную шкалу, совместив 0 шкалы шприца с основным делением бумажной шкалы. Определим цену деления приклеенной шкалы используя деления 0 и 20 мл на шкале шприца. При дальнейших измерениях будем пользоваться наклеенной шкалой. Выдвинем поршень шприца 20 мл до отметки V_1 . Поршень шприца 5 мл вдвинем до упора в крайнее положение. Обратите внимание, что при перемещении поршня этого шприца в крайнее положение ощущается (даже слышен!) легкий толчок («щелчок»). Он объясняется тем, что в этом месте внутренний диаметр шприца на небольшом участке немного увеличен и поршень как бы «фиксируется» в этом положении. Для того, чтобы начать выдвигать поршень из этой точки, необходимо приложить некоторое «избыточное» усилие, которое как следует из дальнейших экспериментов с хорошей точностью является постоянным. Соединим шприцы с помощью прозрачной трубки, плотно надев ее на носик каждого шприца. Начнем плавно вдвигать поршень большого шприца до момента, когда поршень малого шприца под действием избыточного давления в трубке «выскочит» из крайнего положения и тоже придет в движение. Определим объем V_2 большого шприца, при котором это происходит. Пусть поршень в малом шприце приходит в движение при давлении в трубке, превышающем атмосферное давление P_0 на величину ΔP . Тогда по закону Бойля-Мариотта

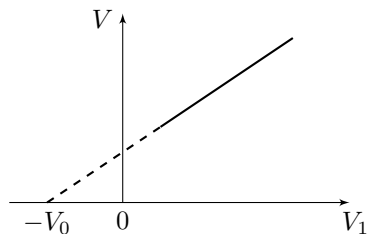
$$P_0(V_1 + V_0) = (P_0 + \Delta P)(V_2 + V_0).$$

Здесь за V_0 обозначен внутренний объем трубки. После преобразований

$$V_1 - V_2 = \frac{\Delta P}{P_0 + \Delta P}(V_1 + V_0).$$

Если теоретическая модель верна, то при построении графика зависимости величины $\Delta V = V_1 - V_2$ от V_1 мы должны получить линейную зависимость, причем продолжение прямой $\Delta V(V_1)$ будет пересекать ось V_1 в точке $V_1 = -V_0$ (см. рисунок).

Для повышения точности каждый опыт проведем три раза с последующим усреднением результатов.

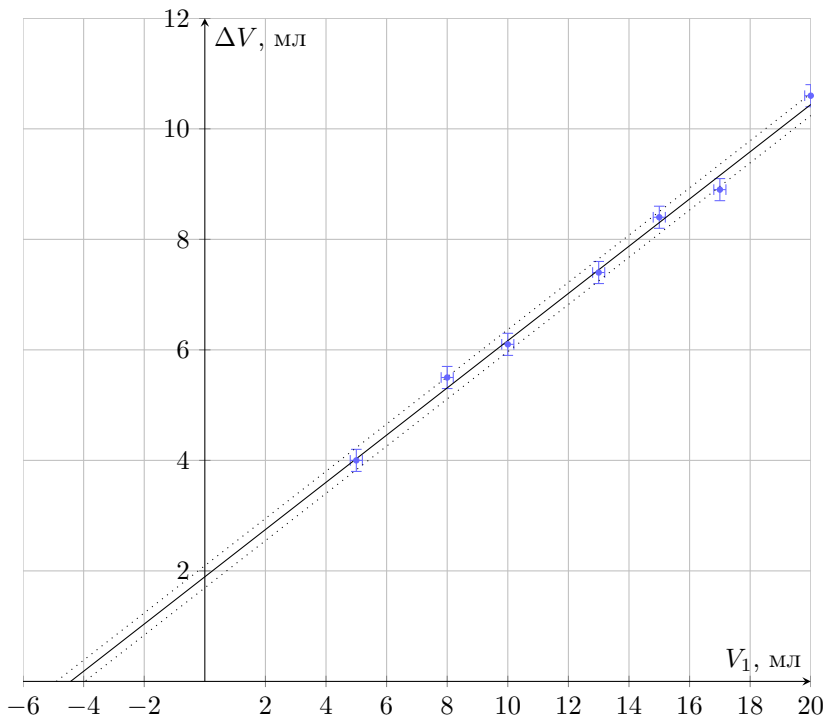


$$\Delta V_{\text{ср}} = V_1 - \frac{V_{2_1} + V_{2_2} + V_{2_3}}{3}$$

Экспериментальные данные

V_1 , мл	V_{21} , мл	V_{22} , мл	V_{23} , мл	$\Delta V_{\text{ср}}$, мл
20.0	9.5	9.3	9.5	10.6
17.0	8.0	8.2	8.0	8.9
15.0	6.5	6.5	6.7	8.4
13.0	5.7	5.5	5.5	7.4
10.0	4.0	3.7	4.0	6.1
8.0	2.5	2.5	2.5	5.5
5.0	1.0	1.0	1.0	4.0

График $\Delta V_{\text{ср}}(V_1)$.



Продолжение графика до пересечения с осью абсцисс позволяет определить значение $V_0 \approx 4.5$ мл.

Оценим погрешность. Погрешность измерения объема равна цене деления $\Delta V \approx 0.2$ мл. Из серии измерений видно, что разброс значений укладывается в приборную погрешность, то есть $\Delta V_{\text{приб}} \approx \Delta V_{\text{случ}}$.

Тогда

$$\Delta V_{\text{полн}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V_{\text{приб}}}{3}\right)^2 + \Delta V_{\text{случ}}^2} \approx \Delta V_{\text{приб}} = 0.2 \text{ мл}$$

Для оценки погрешности V_0 проведем две вспомогательные прямые, проходящие через края крестов ошибок и показывающие допустимое отклонение в V_0 .

$$\Delta V_0 = \frac{V_{0\text{макс}} - V_{0\text{мин}}}{2} = \frac{5.0 - 3.8}{2} = 0.6 \text{ мл}$$

Окончательный результат $V_0 = (4.5 \pm 0.6) \text{ мл}$.

Задача №10-Е2. Серый ящик

Для начала найдем сопротивления 3, 5 и 6 резисторов. Для этого сделаем следующие опыты:

- Измерим сопротивление R_a между замкнутыми точками **БД** и замкнутыми точками **ВГ**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 5 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$.
- Измерим сопротивление R_6 между замкнутыми точками **БГ** и точкой **В**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 6 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_6} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}$.
- Измерим сопротивление R_b между замкнутыми точками **ВД** и точкой **Г**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 5 и 6 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$. Из первых трех опытов получим:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_6} - \frac{1}{R_b} \right),$$

откуда найдем R_3 , аналогично найдем R_5

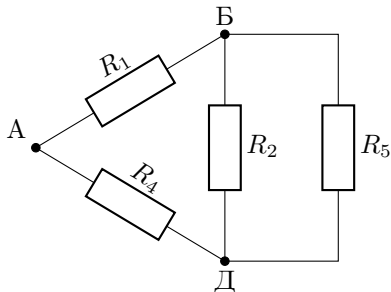
$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} - \frac{1}{R_6} \right)$$

и R_6

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_6} - \frac{1}{R_a} \right).$$

- Теперь соединим вместе точки **Б**, **В** и **Г**. Получим треугольник из резисторов, две стороны треугольника представлены резисторами 1 и 4, а третья — параллельным соединением резисторов 2 и 5. Важно выбрать именно такой вариант, так как измеряя сопротивления между различными парами

выводов можно определить, что сопротивления резисторов 1, 2 и 4 заметно меньше остальных. Для повышения точности к резистору 2 нужно присоединить параллельно максимально сравнимый с ним, то есть обладающий наименьшим сопротивлением из оставшихся. Получим эквивалентную схему:



Дополнительно соединим точки **Б** и **Д** и измерим сопротивление R_x между ними и точкой **А**.

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1}$$

- Вместо **Б** и **Д** соединим **Б** и **А** и измерим сопротивление R_y между ними и точкой **Д**.

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}$$

- Вместо **Б** и **А** соединим **Д** и **А** и измерим сопротивление R_z между ними и точкой **Б**.

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}$$

- Теперь можно вычислить оставшиеся сопротивления.

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_z} - \frac{1}{R_y} \right),$$

аналогично

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_z} \right)$$

и

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_z} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_x} \right) - \frac{1}{R_5}.$$

- Для определения какие выводы нужно соединить, чтобы получить 167 Ом, рассчитаем для каждого резистора величину обратную его сопротивлению и посмотрим какие из них дают в сумме $\frac{1}{167}$ Ом⁻¹. Из полученных значений следует, что идеально подходят R_1 и R_2 . То есть требуется соединить точки **А**, **В**, **Г** и **Д** и измерять сопротивление между ними и точкой **Б**. Также можно заметить, что число очень близкое к 167 Ом, мы получили при измерении R_z .
- Оценим погрешность. Погрешность измеряемых сопротивлений составляет 1%, тогда и погрешность величин, обратных к измеренным сопротивлениям тоже составляет 1%. Вычислим абсолютные погрешности величин $1/R$ по формуле $\Delta\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{\varepsilon(R)}{R}$. При сложении величин складываются их абсолютные погрешности, поэтому

$$\Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) = \frac{1}{2} \left(\Delta\left(\frac{1}{R_x}\right) + \Delta\left(\frac{1}{R_y}\right) + \Delta\left(\frac{1}{R_z}\right) \right).$$

Тогда $\varepsilon(R_1) = \varepsilon\left(\frac{1}{R_1}\right) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) R_1$, соответственно $\Delta(R_1) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) R_1^2$. Для остальных сопротивлений погрешность вычисляется аналогично.

Измерения и расчеты (Авторские значение могут отличаться от выданного вам оборудования).

Что измеряли	Значение, кОм	R^{-1} , кОм ⁻¹	$\Delta(R^{-1})$, кОм ⁻¹
R_a	12.53	0.0798	0.000798
R_b	24.9	0.0402	0.000402
R_b	16.69	0.0599	0.000599
R_x	0.1239	8.0710	0.080710
R_y	0.242	4.1322	0.041322
R_z	0.1645	6.0790	0.060790

Что вычислили	Значение, кОм	ΔR , кОм	Ответ, кОм
R_1	0.199	0.004	0.199 ± 0.004
R_2	0.979	0.09	0.98 ± 0.09
R_3	33.5	1.0	34 ± 1
R_4	0.326	0.01	0.33 ± 0.01
R_5	20.5	0.4	20.5 ± 0.4
R_6	97.1	8	97 ± 8

Как видно из таблицы наименьшим сопротивлением обладает первый резистор.

Шифр

 Σ **10-Е1. Внутренний объем трубки**

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Идея измерения объема с использованием уравнения состояния идеального газа.	2.0		
2	Идея использования бумажной шкалы для уточнения шкалы шприца.	1.0		
3	Использование одного и того же начального положения поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
4	Использование «нулевого» положения в качестве начального для поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
5	Для каждого объема V_1 выполнена серия не менее, чем из 3 экспериментов, и в работе присутствуют значения V_2 для каждого эксперимента из серии.	1.0		
6	Количество разных значений V_1 . По 0.5 за точку, но не более 3.5.	7 точек по 0.5		
7	Записано уравнение состояния идеального газа.	1.0		
8	Получена расчетная формула, позволяющая определить внутренний объем трубки.	2.0		

	Проверена работоспособность выбранной модели.			
	<ul style="list-style-type: none"> ● Вариант 1. Построен линеаризованный график. В этом случае построение графика оценивается в пунктах 9-12. ● Вариант 2. Объем трубки вычислен для каждого опыта и явным образом указано, что значения получаются примерно равными или при усреднении осуществлен отброс явно выбивающихся значений. В этом случае баллы за пункты 9-12 ставятся в полном объеме. Аналогично оцениваются иные методы, позволяющие подтвердить корректность выбранной модели. ● Вариант 3. Обработка данных производилась методом МНК. В этом случае баллы за пункты 9-12 НЕ ставятся, так как из МНК нельзя сделать вывод о работоспособности модели. Аналогично оцениваются иные методы, НЕ позволяющие подтвердить корректность выбранной модели. 			
9	График: размер и подпись осей	0.5		
10	График: оцифровка осей	0.5		
11	График: нанесение точек	0.5		
12	График: линия графика	0.5		
13	Значение объема в пределах 15% от истинного значения — в пределах 30% от истинного значения	2.5 1.0		
14	Оценка погрешности	1.0		

Шифр

 Σ

10-Е2. Серый ящик

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1.1	Определено, что наименьшим сопротивлением обладает резистор R_1 . Вывод сделан либо из рассчитанных сопротивлений, либо указано, что при подсоединении к точкам А и Б мультиметр показал наименьшее сопротивление среди всех пар точек, откуда следует, что у первого резистора сопротивление наименьшее (доказательство этого факта не требуется)	2.0		
1.2	Предложен реализуемый метод определения сопротивлений всех резисторов с погрешностями менее 50%. — Если метод позволяет определить только сопротивления трех, четырех или пяти резисторов с погрешностями не более 50%, то 2 балла.	4.0 2.0		
1.3	Выполнены измерения сопротивлений при разных вариантах подключения (не менее 6)	1.0		
1.4	Выведены формулы для связи измеренного сопротивления с сопротивлениями резисторов внутри «серого ящика» как минимум для 3 разных вариантов подключения.	1.0		
1.5	Получены правильные расчетные формулы для сопротивлений резисторов внутри «серого ящика». — Если формулы получены не для всех резисторов, но не менее, чем для трех, то 1 балл.	3.0 1.0		
1.6	Получены значения сопротивлений резисторов, отличающиеся от истинных не более, чем на 7% для резисторов №№ 1, 3, 4 и 5 и не более, чем на 18% для резисторов №№ 2 и 6. По 1 баллу за каждое правильное значение. (Максимум 6 баллов.)	6 точек по 1.0		
1.7	Указана верная схема соединения выводов «серого ящика», позволяющая получить сопротивление (167 ± 5) Ом.	2.0		
1.8	Погрешность корректно оценена.	1.0		

11 класс

Задача №11-Е1. Внутренний объем трубки

Для начала увеличим точность шкалы шприца объемом 20 мл, для этого приклеим к нему бумажную шкалу, совместив 0 шкалы шприца с основным делением бумажной шкалы. Определим цену деления приклеенной шкалы используя деления 0 и 20 мл на шкале шприца. При дальнейших измерениях будем пользоваться наклеенной шкалой. Выдвинем поршень шприца 20 мл до отметки V_1 . Поршень шприца 5 мл вдвинем до упора в крайнее положение. Обратите внимание, что при перемещении поршня этого шприца в крайнее положение ощущается (даже слышен!) легкий толчок («щелчок»). Он объясняется тем, что в этом месте внутренний диаметр шприца на небольшом участке немного увеличен и поршень как бы «фиксируется» в этом положении. Для того, чтобы начать выдвигать поршень из этой точки, необходимо приложить некоторое «избыточное» усилие, которое как следует из дальнейших экспериментов с хорошей точностью является постоянным. Соединим шприцы с помощью прозрачной трубки, плотно надев ее на носик каждого шприца. Начнем плавно вдвигать поршень большого шприца до момента, когда поршень малого шприца под действием избыточного давления в трубке «выскочит» из крайнего положения и тоже придет в движение. Определим объем V_2 большого шприца, при котором это происходит. Пусть поршень в малом шприце приходит в движение при давлении в трубке, превышающем атмосферное давление P_0 на величину ΔP . Тогда по закону Бойля-Мариотта

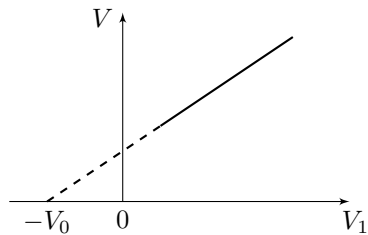
$$P_0(V_1 + V_0) = (P_0 + \Delta P)(V_2 + V_0).$$

Здесь за V_0 обозначен внутренний объем трубки. После преобразований

$$V_1 - V_2 = \frac{\Delta P}{P_0 + \Delta P}(V_1 + V_0).$$

Если теоретическая модель верна, то при построении графика зависимости величины $\Delta V = V_1 - V_2$ от V_1 мы должны получить линейную зависимость, причем продолжение прямой $\Delta V(V_1)$ будет пересекать ось V_1 в точке $V_1 = -V_0$ (см. рисунок).

Для повышения точности каждый опыт проведем три раза с последующим усреднением результатов.

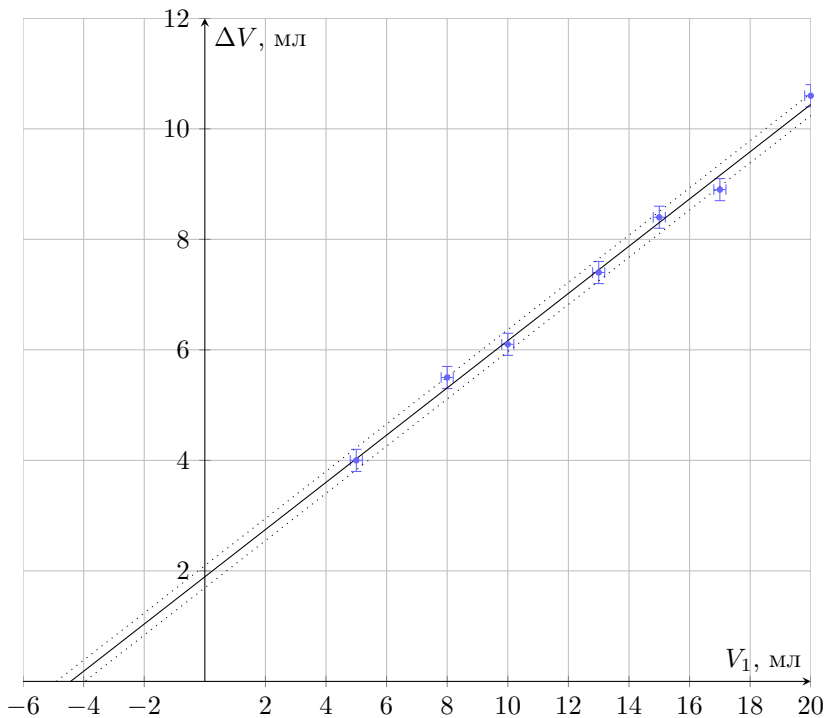


$$\Delta V_{\text{ср}} = V_1 - \frac{V_{2_1} + V_{2_2} + V_{2_3}}{3}$$

Экспериментальные данные

V_1 , мл	V_{21} , мл	V_{22} , мл	V_{23} , мл	$\Delta V_{\text{ср}}$, мл
20.0	9.5	9.3	9.5	10.6
17.0	8.0	8.2	8.0	8.9
15.0	6.5	6.5	6.7	8.4
13.0	5.7	5.5	5.5	7.4
10.0	4.0	3.7	4.0	6.1
8.0	2.5	2.5	2.5	5.5
5.0	1.0	1.0	1.0	4.0

График $\Delta V_{\text{ср}}(V_1)$.



Продолжение графика до пересечения с осью абсцисс позволяет определить значение $V_0 \approx 4.5$ мл.

Оценим погрешность. Погрешность измерения объема равна цене деления $\Delta V \approx 0.2$ мл. Из серии измерений видно, что разброс значений укладывается в приборную погрешность, то есть $\Delta V_{\text{приб}} \approx \Delta V_{\text{случ}}$.

Тогда

$$\Delta V_{\text{полн}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V_{\text{приб}}}{3}\right)^2 + \Delta V_{\text{случ}}^2} \approx \Delta V_{\text{приб}} = 0.2 \text{ мл}$$

Для оценки погрешности V_0 проведем две вспомогательные прямые, проходящие через края крестов ошибок и показывающие допустимое отклонение в V_0 .

$$\Delta V_0 = \frac{V_{0\text{макс}} - V_{0\text{мин}}}{2} = \frac{5.0 - 3.8}{2} = 0.6 \text{ мл}$$

Окончательный результат $V_0 = (4.5 \pm 0.6) \text{ мл}$.

Задача №11-Е2. Колебания кольца

В таблице приведены результаты измерений периода колебаний кольца при различных массах груза. В качестве груза использовались гайки, который закреплялись на внутренней поверхности кольца с помощью небольшой полоски скотча.

M8, шт.	M10, шт.	m , г	N	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	t_5 , с	$T_{\text{ср}}$, с
1	0	4.5	5	8.84	9.04	9.28	9.06	9.24	1.82
0	1	10.2	5	6.36	6.49	6.57	6.60	6.30	1.29
0	2	20.4	10	9.30	9.50	9.22	9.38	9.42	0.94
0	3	30.6	10	7.77	7.76	7.81	7.81	7.90	0.78
0	4	40.8	10	6.70	6.85	6.87	6.87	6.98	0.69
0	6	61.2	10	5.85	5.62	5.75	5.77	5.78	0.58
0	10	102.0	10	4.75	4.70	4.63	4.72	4.64	0.47

При повороте кольца относительно положения равновесия на угол φ потенциальная энергия груза увеличивается на $\Delta E_{\text{п}} = mgR(1 - \cos \varphi)$. При малых φ $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$. Отсюда $\Delta E_{\text{п}} \approx mgR\frac{\varphi^2}{2}$. При малых колебаниях кинетической энергией груза можно пренебречь, так как его скорость составляет величину порядка $R\dot{\varphi}$, соответственно его кинетическая энергия — величина порядка $\frac{mR^2(\dot{\varphi})^2}{2}$ — много меньше кинетической энергии всего кольца $E_{\text{к}} = MR^2\dot{\varphi}^2$.

Закон сохранения энергии при колебаниях

$$MR^2\dot{\varphi}^2 + mgR\frac{\varphi^2}{2} = \text{const.}$$

Отсюда

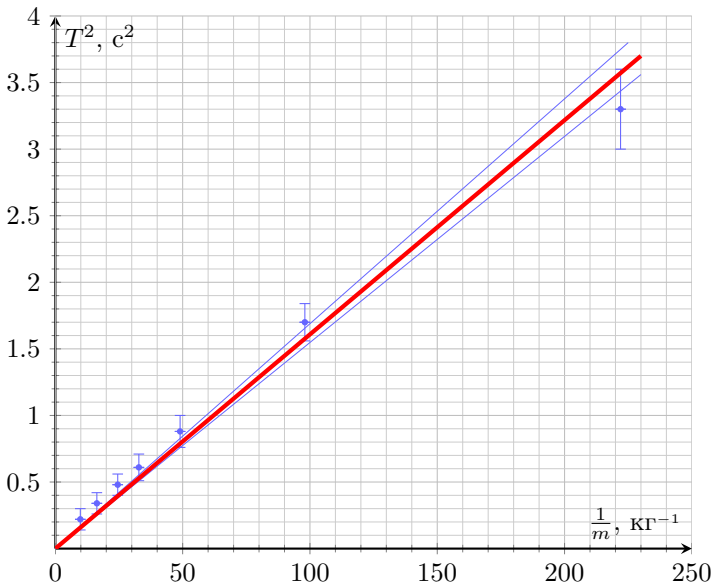
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}}.$$

Из полученного в п.2 выражения $T = Am^{-0.5}$, где $A = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{g}}$, после возведения в квадрат получаем

$$T^2 = \frac{8\pi^2 MR}{g} \cdot \frac{1}{m}.$$

При соответствии экспериментальных данных этой теоретической модели зависимость $T^2 \left(\frac{1}{m}\right)$ должна быть линейной с угловым коэффициентом $k = \frac{8\pi^2 MR}{g}$. Результаты такой обработки экспериментальных данных представлены в таблице и на графике.

$T^2, \text{с}^2$	3.3	1.7	0.88	0.61	0.48	0.34	0.22
$m^{-1}, \text{кг}^{-1}$	222	98	49	32.8	24.5	16.3	9.8



Погрешность определения значения T^2 оценим как $\Delta(T^2) = 2T\Delta T$, где $\Delta T = \sqrt{(\Delta T_{\text{сист}})^2 + (\Delta T_{\text{сл}})^2}$. Величину $\Delta T_{\text{сист}}$ считаем равной $\frac{\Delta t}{N} \approx 0.05 \text{ с}$ (Δt — погрешность определения времени 10 колебаний), случайная погрешность данных много меньше $\Delta T_{\text{сл}} \ll \Delta T_{\text{сист}}$. График зависимости $T^2 \left(\frac{1}{m}\right)$ с учетом погрешности T^2 представлен на рисунке. Определенное по графику значение углового коэффициента $k = 0.16 \pm 0.01 \text{ кг} \cdot \text{с}^2$. Отсюда масса пластмассового кольца $M = 36 \pm 2 \text{ г}$.

Шифр

 Σ **11-Е1. Внутренний объем трубки**

№	Пункт разбалловки	Балл	Пр	Ап
1	Идея измерения объема с использованием уравнения состояния идеального газа.	2.0		
2	Идея использования бумажной шкалы для уточнения шкалы шприца.	1.0		
3	Использование одного и того же начального положения поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
4	Использование «нулевого» положения в качестве начального для поршня шприца, по которому ловится момент сдвига.	2.0		
5	Для каждого объема V_1 выполнена серия не менее, чем из 3 экспериментов, и в работе присутствуют значения V_2 для каждого эксперимента из серии.	1.0		
6	Количество разных значений V_1 . По 0.5 за точку, но не более 3.5.	7 точек по 0.5		
7	Записано уравнение состояния идеального газа.	1.0		
8	Получена расчетная формула, позволяющая определить внутренний объем трубки.	2.0		

	Проверена работоспособность выбранной модели.			
	<ul style="list-style-type: none"> ● Вариант 1. Построен линеаризованный график. В этом случае построение графика оценивается в пунктах 9-12. ● Вариант 2. Объем трубки вычислен для каждого опыта и явным образом указано, что значения получаются примерно равными или при усреднении осуществлен отброс явно выбивающихся значений. В этом случае баллы за пункты 9-12 ставятся в полном объеме. Аналогично оцениваются иные методы, позволяющие подтвердить корректность выбранной модели. ● Вариант 3. Обработка данных производилась методом МНК. В этом случае баллы за пункты 9-12 НЕ ставятся, так как из МНК нельзя сделать вывод о работоспособности модели. Аналогично оцениваются иные методы, НЕ позволяющие подтвердить корректность выбранной модели. 			
9	График: размер и подпись осей	0.5		
10	График: оцифровка осей	0.5		
11	График: нанесение точек	0.5		
12	График: линия графика	0.5		
13	Значение объема в пределах 15% от истинного значения — в пределах 30% от истинного значения	2.5 1.0		
14	Оценка погрешности	1.0		

4.2	Корректная оценка систематической и случайной погрешности при определении T для конкретных значений t	1.0		
4.3	Корректная оценка погрешности при определении M (например, при использовании графика) <i>Примечание:</i> Баллы за пункт ставятся только при наличии результатов, оцениваемых в п. 4.2	1.0		