

**9.1. Исследуем шприц (2).** Определите плотность неизвестной жидкости и среднюю плотность материала, из которого изготовлен шприц.

**Приборы и оборудование:** шприц (5 или 10 мл), нить (~ 1 м), деревянная линейка (50 см), пластиковая бутылка (1,5 л с отрезанным верхом) на 3/4 заполненная водой, стаканчик с неизвестной жидкостью, штатив с лапкой (или аналог), заглушка для шприца (деревянная зубочистка (её можно ломать)), салфетки для поддержания порядка, поднос.

**Примечание:** Во избежание выливания жидкости, рекомендуется пользоваться заглушкой, вставляемой в шприц.

Плотность воды  $\rho = 1\,000\text{ кг/м}^3$ .

### Рекомендации организаторам

В качестве неизвестной жидкости лучше всего использовать концентрированный раствор поваренной соли или сахарного сиропа с плотностью  $1\,100 - 1\,200 \text{ кг/м}^3$ . Жидкость можно слегка подкрасить зеленкой или медным купоросом.

**Возможное решение (Замятнин М.).** Найдем массу  $m$  пустого шприца. Для этого уравновесим его на линейке, которую будем использовать одновременно в качестве рычага и противовеса. Измеряем расстояние  $l_1$  от точки подвеса системы точки подвеса шприца. Затем заполняем шприц водой (добавляя массу воды  $m_w$ ), уравниваем его на линейке (не изменяя расстояние от точки подвеса системы до центра тяжести линейки) и измеряем новое расстояние  $l_2$  от него до точки подвеса системы. Решая систему уравнений, находим массу шприца  $m = m_w \frac{l_2}{l_1 - l_2}$ . Заполнив шприц неизвестной жидкостью до объема  $V$ , вновь добиваемся равновесия (измеряем плечо  $l_3$ ) и рассчитываем плотность жидкости  $\rho_x = \frac{m l_1 - l_3}{V l_3}$ . Определение плотности шприца осложняется тем, что он плавает в воде и вытесненные объемы точно измерить нечем. Но можно либо добиться безразличного плавания шприца в полностью погруженном состоянии в воде, отливая из него часть неизвестной жидкости обратно в стаканчик, либо можно провести гидростатическое взвешивание шприца заполненного неизвестной жидкостью в колбе с водой. И тот и другой способ позволяют найти среднюю плотность шприца.

### Критерии оценивания

- |   |         |
|---|---------|
| 1) Определена масса шприца                                      | 2 балла |
| 2) Метод определения плотности неизвестной жидкости             | 2 балла |
| 3) Результаты измерений и воспроизводимость (например, таблица) | 2 балла |
| 4) Найдена плотность неизвестной жидкости                       | 2 балла |
| отличие менее чем на 10%  | 2 балла |
| отличие менее чем на 15%  | 1 балл  |
| 5) Метод определения плотности шприца                           | 3 балла |
| 6) Результаты измерений и воспроизводимость (например, таблица) | 2 балла |
| 7) Найдена средняя плотность материала шприца                   | 2 балла |
| отличие менее чем на 10%  | 2 балла |
| отличие менее чем на 15%  | 1 балл  |

**Задание 9.2. Что внутри?** Внутри «серого» ящика находится идеальный источник с подключенным последовательно к нему резистором (рис. 1). Определите  $I_{кз}$  – ток короткого замыкания серого ящика.

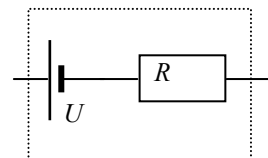


Рис. 1

**Примечание.** Коротким замыканием будем называть соединение между собой выводов серого ящика.

**Приборы и оборудование:** два одинаковых мультиметра (режим амперметра отключен), «серый» ящик с двумя выходами.

**Примечание.** Погрешность мультиметра считать равной 1% от значения измеряемой величины + 1 единица последнего разряда.

### Рекомендации организаторам

- Выдавайте участникам олимпиады одинаковые мультиметры (типа м838В, м830, м832, м838) из которых **обязательно!!!!** вынуть предохранители, для исключения их использования в режиме амперметра.
- Внутри черного ящика помещается батарейка типа «Крона» с колодкой, к которой последовательно подключается резистор с сопротивлением 1,50 МОм (следует отбраковать из партии резисторы с номиналами, отличающимися более чем на 2%).
- выводы из черного ящика целесообразно снабдить разъемами типа «крокодил».



**Возможное решение (Шеронов А.).** Для определения тока короткого замыкания необходимо определить напряжение  $U$  источника и сопротивление  $R$  резистора, находящихся внутри «серого» ящика.

К выводам ящика подключаем вольтметр и снимаем его показание  $U_1 = 3,60$  В. Для получения дополнительной информации необходимо провести еще измерения, например, подключив два вольтметра, соединенных последовательно. В этом случае они показывают по  $U_2 = 2,57$  В. Сумма показаний вольтметров не совпадает с  $U_1$ . Это наводит на мысль, что сопротивление внутри ящика сравнимо по величине с сопротивлением вольтметра.

Сопротивление вольтметра в режиме 20 В измеряется непосредственно вторым мультиметром, включенным в режим мегаомметра. Оно составляет  $R_V = 1,00$  МОм.

Теоретические зависимости напряжений на одном и двух включенных последовательно вольтметрах имеют вид:  $U_1 = \frac{UR_V}{R + R_V}$ , и  $U_2 = \frac{UR_V}{R + 2R_V}$ . Решая систему

относительно  $U$  и  $R$ , получим:  $U = \frac{U_1 U_2}{U_1 - U_2} = 9,0$  В и  $R = R_V \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2} = 1,5$  МОм.

К аналогичным значениям могут привести измерения, сделанные двумя вольтметрами, соединенными параллельно, в этом случае их показания составляют по  $U_3 = 2,25$  В.

Ток короткого замыкания равен  $I_{кз} = \frac{U}{R} = 6$  мкА.

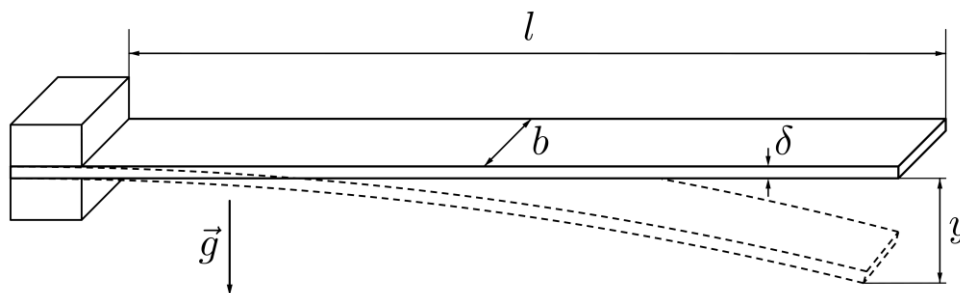
Следует обратить внимание, что при измерении больших сопротивлений необходимо избегать соприкосновения пальцев рук с электрическими контактами приборов, так как сопротивление тела человека меньше или сравнимо с 1 МОм и может внести существенное искажение в измеряемую величину.

**Критерии оценивания**

- |  |            |        |                |
|--|------------|--------|----------------|
| 1) Измерение напряжения $U_1$ одним вольтметром                  |            |        | <b>1 балл</b>  |
| 2) Измерение напряжения $U_2$ или $U_3$ двумя вольтметрами       |            |        | <b>2 балл</b>  |
| 3) Измерение омметром сопротивления вольтметра в режиме 20 В     |            |        | <b>2 балл</b>  |
| 4) Получена теоретическая зависимость для $R$                    |            |        | <b>2 балла</b> |
| 5) Получена теоретическая зависимость для $U$                    |            |        | <b>2 балла</b> |
| 6) Вычислено напряжение $U$                                      | $\pm 5\%$  |        | <b>2 балла</b> |
|  | $\pm 10\%$ | 1 балл |                |
| 7) Вычислено сопротивление $R$                                   | $\pm 5\%$  |        | <b>2 балла</b> |
|  | $\pm 10\%$ | 1 балл |                |
| 8) Определён ток короткого замыкания                             |            |        | <b>1 балл</b>  |
| 9) Оценена погрешность измеренных величин (по 1 баллу за каждую) |            |        | <b>1 балл</b>  |

**Задание 10.1. Анизотропия.** Анизотропией называется различие свойств среды (например: упругости, электропроводности, теплопроводности, скорости звука, показателя преломления света и др.) в различных направлениях внутри этой среды.

**Теоретическое введение.** Максимальное смещение  $y$  (так называемая стрела прогиба) конца тонкой горизонтальной планки длиной  $\ell$  под влиянием собственного веса можно определить по формуле:

$$y = \beta E^k \rho^r b^s \delta^t g^h \ell^f, \quad (*)$$


где  $k, r, s, h, f$  – некоторые **целые** числа,  $\beta = 3/2$  – безразмерный коэффициент,  $t = -2$ ,  $E$  – модуль Юнга,  $\rho$  – плотность материала планки,  $\delta$  – толщина,  $b$  – ширина планки,  $g$  – ускорение свободного падения.

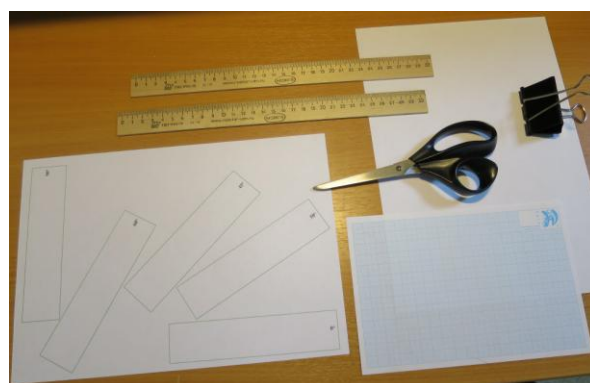
Отметим, что формула (1) справедлива при условии малости прогиба  $y$  ( $y < 0,5\ell$ ).

Модуль Юнга – одна из характеристик твердого тела, определяющая его упругие свойства. По закону Гука относительная деформация  $\varepsilon$  стержня под действием силы  $F$ , приложенной перпендикулярно плоскости его поперечного сечения площадью  $S$ , равна:

$$\varepsilon = \Delta\ell/\ell = F/ES.$$

Для анизотропных тел модуль Юнга, может зависеть от направления.

**Приборы и оборудование.** Лист бумаги формата А4 с изображением пяти полосок на каждой из которых указан угол  $\varphi$  её ориентации, относительно длинной стороны листа); чистый лист бумаги формата А4, две деревянные линейки длиной 25 – 30 см; миллиметровая бумага формата А4 (2 листа); канцелярская клипса (48 мм), ножницы.



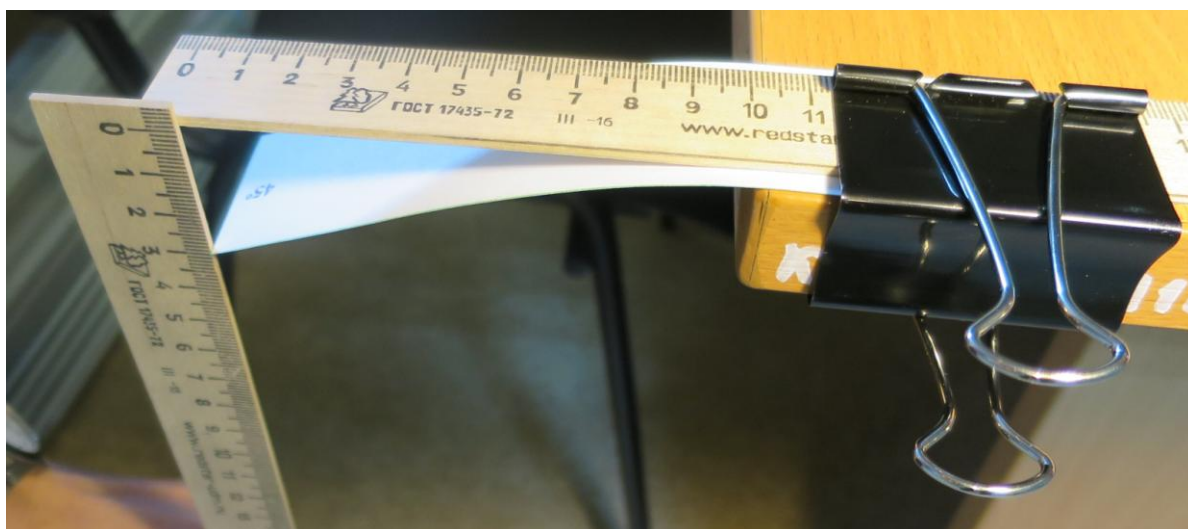
**Примечание.** Масса листа бумаги формата А4 составляет  $m = 5,0$  г, а его толщина  $\delta = 0,10$  мм.

**Задание (практическая часть).** В работе нужно исследовать, зависит ли значение модуля Юнга от ориентации бумажной полоски относительно листа бумаги формата А4 из которого она вырезана.

1. С помощью чистого листа А4 исследуйте зависимость  $y \sim b^s$  (напомним, что  $s$  – целое число). Приведите рисунок, поясняющий, как вы проводите данную часть эксперимента.
2. Руководствуясь экспериментальными результатами и методом размерностей определите показатели степеней в формуле (1).

*Примечание:* при малых деформациях полоски бумаги  $y \sim F$ , где  $F$  – сила, приложенная к полоске.

3. Аккуратно вырежьте из выданного листа бумаги полоски (угол их ориентации относительно длинной стороны листа указан на самих полосках). *Полоски нельзя гнуть, мять, т.к. в противном случае вы можете сильно исказить результаты эксперимента.*
4. Для каждой полоски, закреплённой с помощью клипсы на краю стола, снимите зависимость стрелы прогиба  $y$  от длины  $\ell$  выступающей за край стола части (рис. 2). Выполните измерения для 5 – 6 различных значений  $\ell$ .



5. Для каждой полоски постройте график  $y(\ell^2)$  и из него определите значение модуля Юнга  $E(\varphi)$ .
6. Постройте график зависимости модуля Юнга от угла  $\varphi$ . Для каждого значения модуля Юнга изобразите «крест ошибок».
7. Сделайте вывод, наблюдается ли анизотропия модуля Юнга.

**Рекомендации организаторам**

Трафарет из прикрепленного файла необходимо распечатать на офисной бумаге формата А4. Каждый участник получает два таких листа (один из них – запасной).

Канцелярские клипсы размером 48 мм подбирались для возможности их крепления на столе со столешницей толщиной 22 мм.



### Возможное решение

1. На чистом листе бумаги делаем прорези, которые делят его на полосы разной ширины (рис. 3). Убеждаемся, что в пределах погрешности (связанной с неоднородностью бумаги) стрела прогиба не зависит от ширины полосок, следовательно, в формуле (\*) показатель степени  $s = 0$ .

2. Так как  $y \sim F$ , а  $F \sim g$ , то  $h = 1$ . Тогда, руководствуясь соображениями размерности, получаем:

$$y = 3\rho g \ell^4 / 2E\delta^2.$$

В координатах  $(y, \ell^4)$  график зависимости должен быть прямой линией.

3. Снимаем зависимость  $y(\ell)$ . Строим линейризованные графики  $y(\ell^4)$  для каждой из полосок.

4. Строим график зависимости модуля Юнга от угла  $\varphi$ .

5. Из графика следует, что  $E(0) - E(\varphi) > \sigma(E)$ , где  $\sigma(E)$  – погрешность измерения. Делаем вывод, что для модуля юнга  $E$  существует анизотропия.

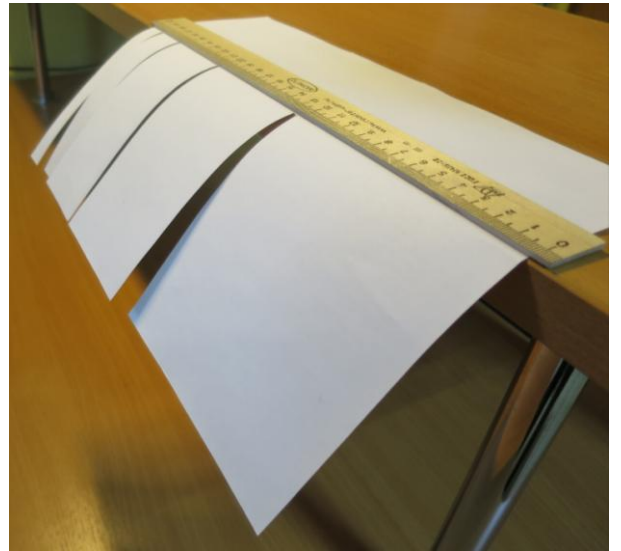


Рис. 3

**Примечание.** Анизотропию бумаги можно пронаблюдать непосредственно (рис. 4).



Рис. 4

**Критерии оценивания**

- |   |                 |
|---|-----------------|
| 1) Исследована зависимость $y(b)$ и установлено что $s = 0$                       | <b>2 балла</b>  |
| 2) Методом размерностей получено что $y \sim \ell^4$                              | <b>2 балла</b>  |
| 3) Снята зависимость $y(\ell)$  | <b>3 балла</b>  |
| для каждой полоски снято 5 и более точек – 3 балла                                |                 |
| если число точек 3 – 4, то – 1 балл   |                 |
| если число точек 1 – 2, то – 0 баллов   |                 |
| 4) Построены линеаризованные графики для каждой зависимости $y(\ell)$             | <b>5 баллов</b> |
| (по 1 баллу за каждую зависимость для полоски с соответствующим углом $\varphi$ ) |                 |
| 5) Построен график зависимости $E(\varphi)$                                       | <b>1 балла</b>  |
| 6) Посчитаны погрешности измерений  | <b>1 балл</b>   |
| 7) Сделан вывод о существовании анизотропии модуля Юнга                           | <b>1 балл</b>   |
| (без ссылки на то, что $E(0) - E(\varphi) > \sigma(E)$ , этот балл не ставится).  |                 |

**Задание 10.2. Что внутри?** Внутри «серого» ящика находится идеальный источник с подключённым последовательно к нему резистором (рис. 1).

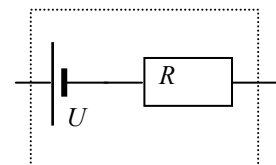


Рис. 1

1) Определите напряжение  $U$  идеального источника и сопротивление  $R$  резистора, находящихся внутри ящика.

2) Используя в качестве источника напряжения один из мультиметров, включённый в режиме омметра (в диапазоне 2000 кОм), определите напряжение этого источника  $U_0$  и сопротивление  $r_0$  последовательно соединённого с ним резистора (резистор находится внутри мультиметра).

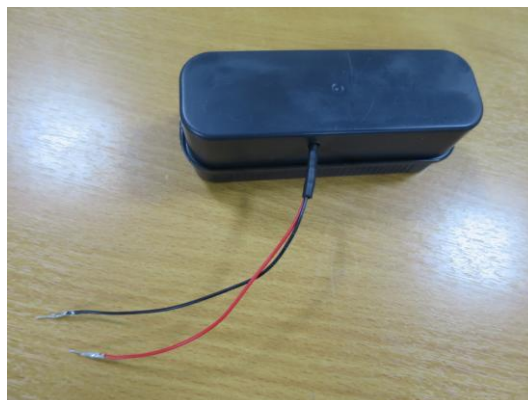
**Примечания.** Эквивалентная схема мультиметра, используемого в качестве источника напряжения, полностью аналогична схеме чёрного ящика, приведенной на рис. 1.

Погрешность мультиметра считать равной 1% от значения измеряемой величины + 1 единица последнего разряда.

**Приборы и оборудование:** два одинаковых мультиметра (режим амперметра отключён), «серый» ящик с двумя выходами.

### Рекомендации организаторам

- выдавать одинаковые мультиметры (типа м838В, м830, м832, м838) из которых **обязательно!!!!** вынуть предохранители, для исключения их использования в режиме амперметра.
- внутри черного ящика помещается батарейка типа «Крона» с колодкой, к которой последовательно подключается резистор с сопротивлением 1,50 МОм (следует отбраковать из партии резисторы с номиналами, отличающимися более чем на 2%).
- выводы из черного ящика целесообразно снабдить разъемами типа «крокодил».



### Возможное решение.

К выводам ящика подключаем вольтметр и снимаем его показания  $U_1=3,60$  В. Для получения дополнительной информации необходимо провести еще измерения, например, подключив два вольтметра, соединенных последовательно. В этом случае они показывают по  $U_2=2,57$  В. Сумма показаний вольтметров не совпадает с  $U_1$ . Это наводит на мысль, что сопротивление внутри ящика сравнимо по величине с сопротивлением вольтметра.

Сопротивление вольтметра в режиме 20 В измеряется непосредственно вторым мультиметром, включенным в режим мегаомметра. Оно составляет  $R_V = 1,00$  МОм.

Теоретические зависимости напряжений на одном и двух включенных последовательно вольтметрах имеют вид:  $U_1 = U \frac{R_V}{R + R_V}$ , и  $U_2 = U \frac{R_V}{R + 2R_V}$ . Решая систему относительно

$U$  и  $R$ , получим:  $U = \frac{U_1 U_2}{U_1 - U_2} = 9,0$  В и  $R = R_V \frac{2U_2 - U_1}{U_1 - U_2} = 1,5$  МОм. К аналогичным

значениям могут привести измерения, сделанные двумя вольтметрами, соединенными параллельно, в этом случае их показания составляют по  $U_3 = 2,25$  В.

Если вольтметр подключить к омметру непосредственно (рис. 2), то он покажет напряжение  $U_4$ , равное

$$U_4 = \frac{U_0 R_V}{R_V + r_0} \approx 1,3 \text{ В} \quad (1)$$

Если собрать последовательную цепь, состоящую из омметра, серого ящика и вольтметра, таким образом, чтобы напряжения серого ящика и омметра складывались (рис. 3), то вольтметр покажет напряжение  $U_5$ , равное

$$U_5 = \frac{(U + U_0) R_V}{R_V + r_0 + R} \approx 3,3 \text{ В} \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1), (2), получаем:

$$r_0 = \frac{R_V (U_4 + U) - U_5 (R + R_V)}{U_5 - U_4} \approx 1 \text{ МОм.}$$

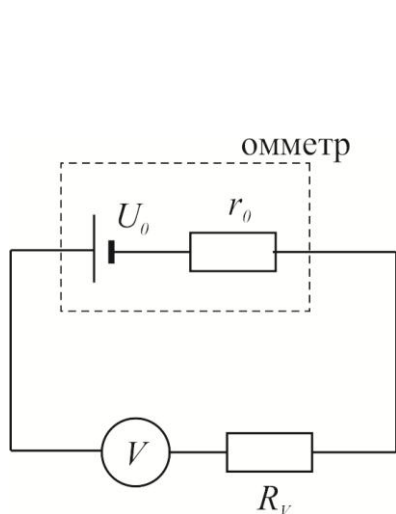


рис. 2

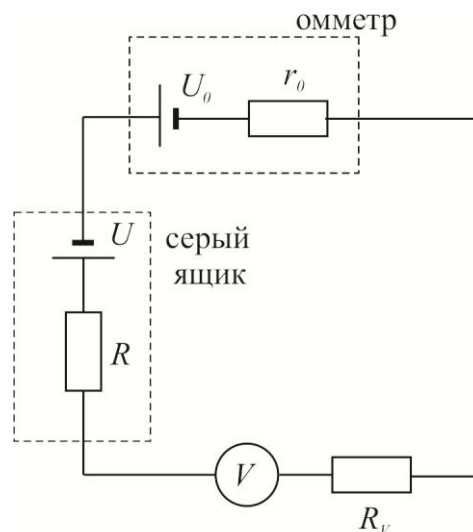


рис. 3

Подставляя найденное значение  $r_0$  в (1), получим:

$$U_0 = U_4 \left( 1 + \frac{r_0}{R_V} \right) \approx 2,6 \text{ В.}$$

Следует обратить внимание на то, что при измерении больших сопротивлений необходимо избегать соприкосновения пальцев рук с электрическими контактами приборов, так как сопротивление тела человека меньше или сравнимо с 1 МОм и может внести существенное искажение в измеряемую величину. В этом случае за оценку погрешности баллы не ставятся.

**Критерии оценивания**

1) Измерение напряжения $U_1$ одним вольтметром		<b>1 балл</b>
2) Измерение напряжения $U_2$ или $U_3$ двумя вольтметрами		<b>1 балл</b>
3) Измерение омметром сопротивления вольтметра в режиме 20 В		<b>1 балл</b>
4) Получена теоретическая зависимость для $R$		<b>1 балл</b>
5) Получена теоретическая зависимость для $U$		<b>1 балл</b>
6) Вычислено напряжение $U$	$\pm 2\%$	<b>1 балл</b>
	$\pm 5\%$	0,5 балла
7) Вычислено сопротивление $R$	$\pm 2\%$	<b>1 балл</b>
	$\pm 5\%$	0,5 балла
8) Предложена методика измерения напряжения $U_0$ и сопротивления $r_0$		<b>2 балла</b>
9) Вычислено сопротивление $r_0$		<b>2 балла</b>
10) Вычислено напряжение $U_0$		<b>2 балла</b>
11) Оценена погрешность измеренных величин ( $U, r, U_0, r_0$ ) (по 0,5 балла за каждую)		<b>2 балла</b>