

7 класс

Задача 1. Ахиллес и черепахи. Вдоль длинной дороги с постоянной скоростью на равных расстояниях друг от друга колонной ползут черепахи. Мимо стоящего Ахиллеса в минуту проползает $n_1 = 5$ черепах. Если Ахиллес побежит трусцой в сторону движения колонны, то он будет обгонять в минуту $n_2 = 45$ черепах, а если он поедет на велосипеде навстречу колонне, то в минуту ему будет встречаться $n_3 = 105$ черепах. Какое расстояние L успеет проползти черепаха за то время, за которое Ахиллес трусцой пробежит $S = 100$ м? Во сколько раз скорость Ахиллеса на велосипеде больше, чем при беге?

Возможное решение (Замятин М.). Пусть расстояние между черепахами l , тогда при движении колонны мимо неподвижного Ахиллеса

$$\frac{l}{v} = t_1 = \frac{1}{n_1} \text{ мин};$$

при движении бегом

$$\frac{l}{u_1 - v} = t_2 = \frac{1}{n_2} \text{ мин};$$

при езде на велосипеде

$$\frac{l}{u_2 + v} = t_3 = \frac{1}{n_3} \text{ мин}.$$

Откуда $k = \frac{n_3 - n_1}{n_2 + n_1} = 2, a$ $L = S \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 10 \text{ м}.$

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1) Уравнения для движения черепах мимо неподвижного Ахиллеса | 2 балла |
| 2) Уравнение для бегущего Ахиллеса | 2 балла |
| 3) Уравнение для Ахиллеса, едущего на велосипеде | 2 балла |
| 4) Выражение и численный ответ для пройденного черепахой расстояния | 2 балла |
| 5) Выражение и численный ответ для отношения скоростей | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 2. Из Парижа в Версаль. Во время Великой французской революции декретом конвента было введено «Десятичное время». Сутки от полуночи до полуночи делились на 10 десятичных часов, час на 100 десятичных минут, а минута на 100 десятичных секунд. Таким образом, полночь приходилась на 0:00:00, полдень — на 5:00:00 и т. п.

Однажды курьер отправился из Парижа в Версаль, между которыми расстояние 5,2 лье, когда его новые десятичные часы показывали 3:56:78. Доставив важное донесение, он вернулся в Париж в 6:79:40. Определите среднюю скорость v_{cp} курьера. Ответ выразите в привычных нам км/ч. *Примечание:* 1 лье равен 4 км.

Возможное решение (М. Замятнин). В десятичном времени путешествие длилось $67940 - 35678 = 32262$ дес. секунд. По условию 50000 дес. секунд = 12 час. Следовательно, 32262 дес. секунд = 7,743 ч. Расстояние от Парижа до Версаля и обратно равно $2 \cdot 5,2 \cdot 4$ км = 41,6 км. Откуда $v_{\text{cp}} = 5,37 \approx 5,4$ км/ч.

Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1) Найдена длительность путешествия в десятичном времени | 2 балла |
| 2) Перевод времени движения в привычные часы (привычное время) | 4 балла |
| 3) Перевод пути из лье в километры | 2 балла |
| 4) Определена средняя скорость | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00. Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 3. Среднее через среднее. На графике (рис. 1) представлена зависимость средней скорости машины от пройденного пути. Определите среднюю скорость машины на участке, где она разгонялась.

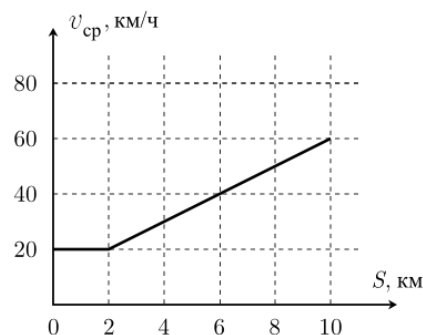


Рис. 1

Возможное решение (Михайлов З.). Из графика следует, что разгон машины происходил на участке между 2-м и 10-м километром. Движение с постоянной или уменьшающейся скоростью, привело бы к уменьшению угла наклона графика средней скорости.

Время, за которое было пройдено некоторое расстояние s равно отношению этого расстояния к средней скорости, достигнутой к данному моменту времени $t = s / v_{\text{ср}}$.

По графику находим, что до 2-го километра машина ехала $2 \text{ км} / (20 \text{ км/ч}) = 0,1 \text{ ч} = 6 \text{ мин}$, а 10-го километра машина достигла через $10 \text{ км} / (60 \text{ км/ч}) = 10 \text{ мин}$ после начала движения.

Следовательно, время разгона составляло $4 \text{ мин} = (1/15) \text{ ч}$. Средняя скорость на этапе разгона равна $v_{\text{ср}} = 8 \text{ км} / (1/15) \text{ ч} = 120 \text{ км/ч}$.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1) Определен участок, на котором машина разгонялась | 2 балла |
| 2) Формула для времени движения через путь и среднюю скорость | 1 балл |
| 3) Найдено время движения до начала разгона | 2 балла |
| 4) Найдено время движения до окончания разгона | 2 балла |
| 5) Найдена средняя скорость на этапе разгона | 3 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 4. Поплавок. Из листа жести толщиной $d = 1,0$ мм сварили пустой внутри герметичный поплавок в форме куба со стороной $a = 90$ см и квадратными сквозными отверстиями со стороной $b = 30$ см. Определите массу и среднюю плотность поплавка. Плотность жести $\rho = 7\,800$ кг/м³. Плотностью воздуха внутри поплавка можно пренебречь.

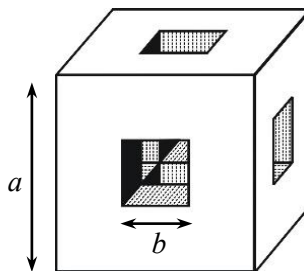


Рис. 2

Примечание. При вычислении средней плотности считайте, что объем поплавка равен объему вытесненной им жидкости при полном погружении тела в эту жидкость.

Возможное решение (Михайлов З.). Масса m_1 жестяного квадрата со стороной b равна $m_b = b^2 d \rho = 0,702$ кг. Каждая из 6 сторон куба состоит из 12 таких квадратов (8 снаружи и 4 в отверстиях). Следовательно, масса всего куба $M = 6 \cdot 12 \cdot m_b = 50,544$ кг.

Объем V поплавка, с учетом вырезанных полостей, $V = 27b^3 - 7b^3 = 20b^3 = 0,54$ м³.

Средняя плотность поплавка $\rho_{\text{ср}} = \frac{M}{V} = 93,6$ кг/м³.

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1) Определена площадь поверхности куба | 2 балла |
| 2) Формула связи массы, плотности и объема куба | 1 балл |
| 3) Определена масса куба | 3 балла |
| 4) Найден объем поплавка | 2 балла |
| 5) Рассчитана средняя плотность | 2 балла |

Решение (2). Сначала найдем массу поплавка. Он состоит из 6 «внешних» пластин массой

$$6m_a = 6(a^2 - b^2)d\rho = 33,7 \text{ кг.}$$

и 24 «внутренних» частей массой $24m_b = 24b^2 d\rho = 16,85$ кг.

Масса всего поплавка $M = 6m_a + 24m_b = 50,544$ кг.

Объем поплавка $V = a^3 - 7b^3 = 0,54$ м³.

Средняя плотность поплавка равна его массе, деленной на объем пространства, который он занимает:

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{M}{V} = 93,6 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------------|
| 1) Рассчитан объем или масса одной «внешней» пластины | 2 балла |
| 2) Рассчитан объем или масса одной малой «внутренней» пластины | 2 балла |
| 3) Рассчитана масса M поплавка | 1 балл |
| 4) Рассчитан объем V всего поплавка | 3 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

5) Найдено численное значение средней плотности ρ_{cp}

2 балла

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

8 класс

Задача 1. Максимум через минимум. На рис. 1 приведен график зависимости координаты движущегося тела от времени движения. К сожалению, масштаб по осям оказался утерян. Но сохранилась информация, что по ходу движения максимальное значение средней путевой скорости на 20 м/с превышало ее минимальное значение. Определите, с какой максимальной скоростью v_{\max} двигалось тело. Движение тела происходило вдоль одной прямой.

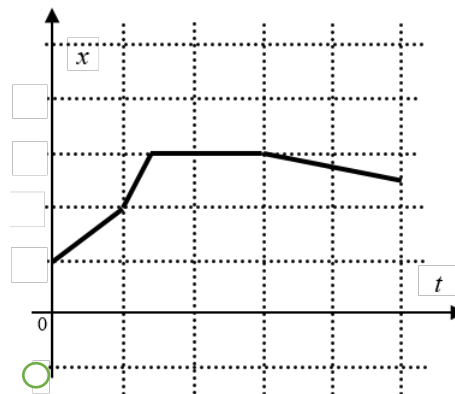


Рис. 1

Примечание: средняя путевая скорость – отношение всего пройденного пути ко всему времени движения (включая остановки).

Возможное решение (Замятнин М.). Преобразуем исходный график в зависимость пути l от времени t . Для этого сместим на одну клетку вверх ось времени и зеркально (относительно горизонтальной оси, совпадающей с участком графика $x = \text{const}$) отобразим участок, на котором координата уменьшается (рис. 2).

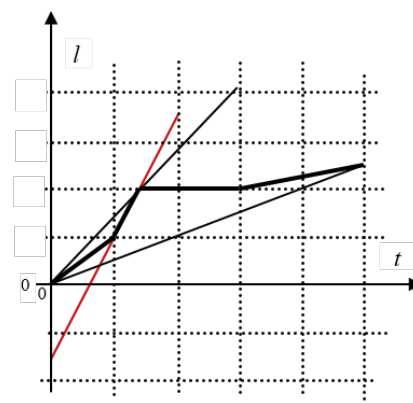


Рис. 2

Средняя скорость тела в произвольный момент времени движения однозначно связана с угловым коэффициентом наклона прямой, проведенной из начала координат в соответствующую точку графика. Следовательно, прямые, имеющие наибольший и наименьший угол наклона, проведенные из начала координат и касающиеся полученного графика, определяют максимальную и минимальную среднюю скорость тела.

Пусть цена деления на оси пути l_0 , а на оси времени τ . Тогда через них можно выразить максимальную и минимальную среднюю скорость: $\bar{v}_{\max} = 3l_0 / (2\tau)$, $\bar{v}_{\min} = l_0 / (2\tau)$.

Тело двигалось быстрее всего на втором участке, так как соответствующий участок графика имеет наибольший угол наклона: $v_{\max} = 5l_0 / (2\tau)$. По условию $\bar{v}_{\max} - \bar{v}_{\min} = l_0 / \tau = 20$ м/с, следовательно, $v_{\max} = (5/2)(l_0 / \tau) = 50$ м/с. (допустимый разброс значений от 40 до 60 м/с)

Критерии оценивания

- | | |
|--|----------------|
| 1) Установлена связь средней скорости с углом наклона прямых, проведенных из начала координат на графике зависимости пути от времени | 2 балла |
| 1. Построен график зависимости пути от времени | 2 балла |
| 2. Найдены точки, в которых средняя скорость максимальна и минимальна | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

- | | |
|---|----------------|
| 3. Найден участок, на котором скорость тела максимальна | 2 балла |
| 4. Получено численное значение максимальной скорости | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 2. Ограниченное равновесие! На двух нитях висит однородный стержень массы M . К его левому краю прикреплена нить, перекинутая через подвижный блок, который удерживает груз (рис. 1). При каких значениях массы m этого груза система будет находиться в равновесии. Массой блока и нитей можно пренебречь. Отметки на стержне делят его на семь равных частей.

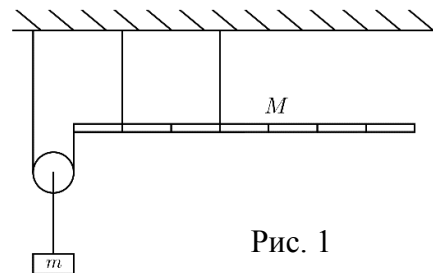


Рис. 1

Возможное решение (Юдин И.). Обозначим через l длину одного фрагмента стержня. Если масса груза будет слишком большой, то стержень начнёт поворачиваться вокруг точки крепления к левой нити. Условие равновесия стержня найдём по правилу моментов (относительно этой точки):

$$\frac{m_A g}{2} l = Mg \cdot 2,5l. \quad \text{Отсюда} \quad m_A = 5M.$$

Если масса груза будет слишком мала, то стержень начнёт поворачиваться вокруг точки крепления к правой нити. Условие равновесия стержня найдём по правилу моментов (относительно этой точки):

$$\frac{m_B g}{2} 3l = Mg \cdot 0,5l. \quad \text{Отсюда} \quad m_B = M/3.$$

Таким образом, система будет находиться в равновесии при условии:

$$M/3 \leq m \leq 5M.$$

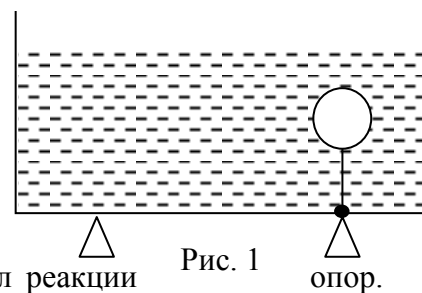
Критерии оценивания

- | | |
|--|----------------|
| 1) Применено правило моментов относительно одной из точек крепления стержня (по 2 балла за каждую из двух точек) | 4 балла |
| 2) Найдено ограничение массы груза «сверху» | 2 балла |
| 3) Найдено ограничение массы груза «снизу» | 2 балла |
| 4) Записано итоговое неравенство | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 3. Шарик на нити. Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость шарик объемом $V = 10 \text{ см}^3$ и плотностью $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$ (рис. 1). Плотность жидкости в



сосуде равна $\rho_0 = 1\,200 \text{ кг/м}^3$. Найдите модуль разности сил реакции

Рис. 1 опор.

Возможное решение (Замятнин М.). Расставим силы, действующие на сосуд: F – сила давления на дно, действующая со стороны воды, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы реакций опор (рис. 2).

Запишем правило моментов относительно точки А:

$$(N_2 + T)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно точки В:

$$N_1 2l = Fl.$$

$F = \rho_0 gHS = \rho_0 g \left(\frac{m}{\rho_0} + V \right)$, где H – уровень воды в сосуде, S – площадь поперечного сечения сосуда, m – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шарика:

$$T + \rho Vg = \rho_0 Vg.$$

Решая систему получим:

$$N_1 = \frac{mg + \rho_0 Vg}{2};$$

$$N_2 = \frac{gV(2\rho - \rho_0) + mg}{2}.$$

Решая полученную систему уравнений, найдём: $N_1 - N_2 = (\rho_0 - \rho)Vg = 70 \text{ мН}$.

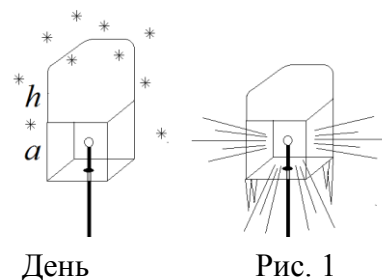
Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1) Записано правило моментов относительно полюса (А) | 1 балл |
| 2) Записано правило моментов относительно полюса (В) | 1 балл |
| 3) Записано условие равновесия для шарика | 1 балла |
| 4) Получено выражение для силы F | 2 балла |
| 5) Найдена реакция опоры N_1 | 2 балла |
| 6) Найдена реакция опоры N_2 | 2 балла |
| 7) Получен ответ | 1 балл |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>

Задача 4. Уличный фонарь. Уличный фонарь представляет собой прозрачный куб ребром $a = 20$ см, в центр которого помещена небольшая лампочка мощностью $P = 100$ Вт. После снегопада на фонаре появилась "шапка" из снега высотой $h = a$. Наступила оттепель. Температура воздуха установилась около 0°C . За темное время суток ($\tau = 10$ часов), пока светил фонарь, "шапка" наполовину растаяла (рис. 1). Считая, что снег отражает примерно $\alpha = 90\%$ света, определить его пористость ε (пористость снежного пласта равно отношению объёма, занятого воздухом, к общему объёму снежного пласта). Удельная теплота плавления льда $\lambda = 335$ кДж/кг, плотность льда $\rho = 900$ кг/м³. Считать снежную "шапку" непрозрачной.



Возможное решение (Бабинцев В.). Шестая часть энергии лампы попадает на снег. Десятая часть энергии, попавшей на снег, поглощается и идет на плавление снега.

$$Q = \frac{1 - \alpha}{6} P \tau = m \lambda.$$

Отсюда масса расплавившегося льда (снега) в "шапке"

$$m = \frac{(1 - \alpha) P \tau}{6 \lambda} = \frac{0,1 \cdot 100 \text{ Вт} \cdot 36000 \text{ с}}{6 \cdot 335000 \text{ Дж/кг}} = 0,18 \text{ кг}.$$

Тогда объём воздуха в расплавившейся части "шапки"

$$V_0 = \frac{a^2 h}{2} - \frac{m}{\rho} = \frac{a^2 h}{2} - \frac{(1 - \alpha) P \tau}{6 \lambda \rho} = (4 - 0,2) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Пористость по определению

$$\varepsilon = \frac{V_0}{a^2 h / 2} = 1 - \frac{0,2}{4} = 0,95.$$

Критерии оценивания

- | | |
|---|----------------|
| 1) Отмечено, что шестая часть энергии лампы попадает на снег «шапки» | 2 балла |
| 2) Подсчитана энергия, которая расходуется на плавление снега «шапки» | 2 балла |
| 3) Подсчитана масса снега в расплавившейся части «шапки» | 2 балла |
| 4) Найден объём воздуха в расплавившейся части «шапки» | 2 балла |
| 5) Подсчитана пористость снега | 2 балла |

18 января, на портале <http://abitunet/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале <http://abitunet/vseros>