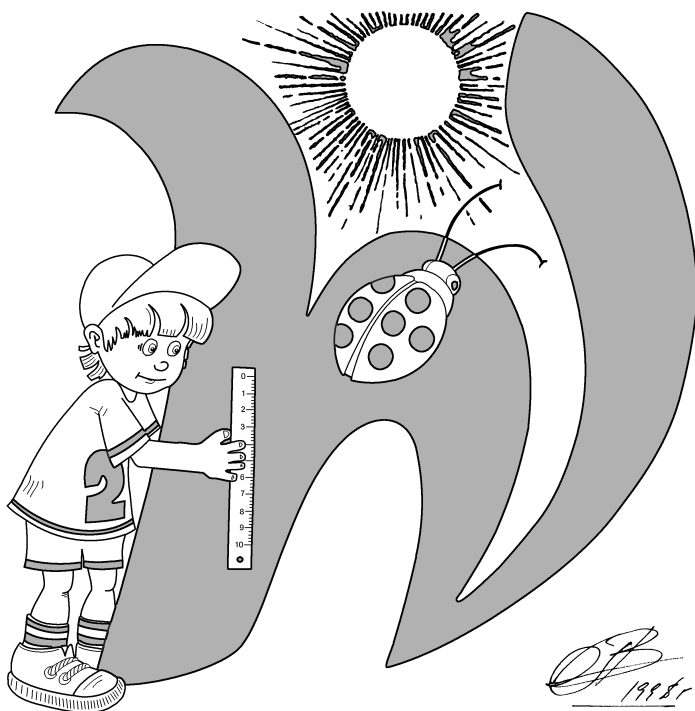


Центральная предметно-методическая комиссия  
Всероссийской олимпиады школьников по физике

# II Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап  
Экспериментальный тур

Методическое пособие



Казань – 2017

Комплект задач подготовлен  
Центральной предметно-методической комиссией  
Всероссийской олимпиады школьников по физике

Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95

E-mail: [physolymp@gmail.com](mailto:physolymp@gmail.com)

Сайт: [physolymp.ru](http://physolymp.ru)

Собрано в  $\text{\LaTeX}$  by И. А. Утешев.

При подготовке оригинал-макета

использовалась издательская система  $\text{\LaTeX}$  2 $\epsilon$ .

© Авторский коллектив

141700, Московская область, г. Долгопрудный

Московский физико-технический институт

## 9 класс

### Задание 1. Игра стоит свеч

Целью исследования является определение удельной теплоты сгорания парафина, из которого изготовлена свеча.

1. Проведите эксперимент с вертушкой. Для этого установите свечу в поддон и попросите дежурного по аудитории ее зажечь. Установите ветрозащитную трубу. Наденьте на острие оси вертушку. Убедитесь, что она вращается (рис. 9.5).



Рис. 9.5



Рис. 9.6

2. Определите время, через которое вращение вертушки выходит на установившийся режим и период ее обращения перестает существенно меняться.
3. Снимите вертушку. Не снимая трубы, затушите свечу. Дождитесь затвердевания парафина и только после этого разберите конструкцию.
4. Определите скорость  $\mu$  изменения массы свечи в процессе ее горения с погрешностью не более 5%. Ответ выразите в г/час.
5. Вновь соберите конструкцию с вертушкой, заменив свечу на лампочку (рис. 9.6). Исследуйте зависимость частоты вращения вертушки от электрической мощности, потребляемой лампочкой. Постройте график полученной зависимости.

Используя результаты проведенных исследований, определите удельную теплоту сгорания парафина.

*Примечания:*

1. Не изменяйте угол наклона лопастей вертушки!

2. Поддон с горячей свечой или лампочкой должен располагаться на подставке с наклеенным на неё скотчем.
3. Устанавливая вертушку на острие оси, следите за тем, чтобы её плоскость была горизонтальна. При нарушении горизонтальности вертушки в процессе вращения, подберите её положение на острие оси более тщательно!
4. Установку лампочки проводите в следующей последовательности: отделите вертикальную ось вертушки от поддона, наденьте на нижнюю часть оси проволочную петлю, имеющуюся на лампочке, вновь вставьте ось в поддон (рис. 9.6), отрегулируйте положение лампочки.

**Оборудование.** Подставка со скотчем, вертушка, свеча, поддон, ось, отрезок трубы, лампочка с проводами, регулируемый источник тока, весы, секундомер, миллиметровая бумага.

### Задание 2. Висячий мост

Проведите исследование электрических параметров «серого ящика», содержащего три резистора и идеальный источник постоянного напряжения  $U_0$ . Общий вид и схема ящика приведены на рисунках 9.7 и 9.8.

1. Запишите номер выданного ящика.
2. Установите соответствие между выводами 1, 2, 3 и точками  $A, B, C$  схемы «серого ящика» (рис. 9.8).
3. Снимите зависимость напряжения между точками  $A$  и  $B$  от значения сопротивления  $r$  ветви  $BC$  (см. рис. 9.9) и постройте ее график.
4. Найдите сопротивления резисторов  $R_1, R_2, R_3$  и напряжение  $U_0$  идеального источника, находящегося в «сером ящике». Оцените погрешности полученных результатов.

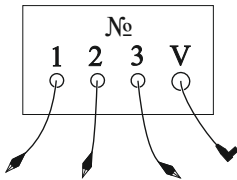


Рис. 9.7

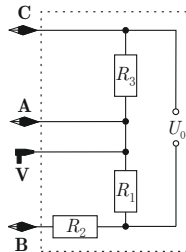


Рис. 9.8

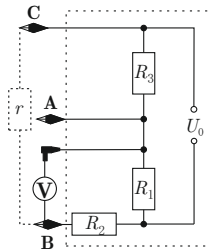


Рис. 9.9

*Примечание.* Погрешности сопротивлений выданных резисторов составляют 2% от номиналов; упрощенно погрешность мультиметра можете считать равной трем единицам последнего разряда.

**Оборудование.** Мультиметр с одним проводом (режим амперметра отключен); «серый ящик» с проводом для подключения к мультиметру (штексер) и тремя выводами, обозначенными на «ящике» 1, 2, 3 с зажимами типа «крокодил»; набор из 3-х резисторов 1,0 кОм, 2,0 кОм, 4,7 кОм (в полиэтиленовом пактике); миллиметровая бумага.

Возможное решение Э-9-1

**Результаты, полученные в авторском решении, могут отличаться от результатов эксперимента, проведенного на других установках!**

Частота вращения вертушки зависит от мощности, выделяемой источником тепла, в качестве которого может выступать как свеча, так и лампа накаливания. Благодаря наличию защитной трубы почти вся тепловая энергия переходит в энергию восходящего воздушного потока, которой определяется скорость вращения вертушки.

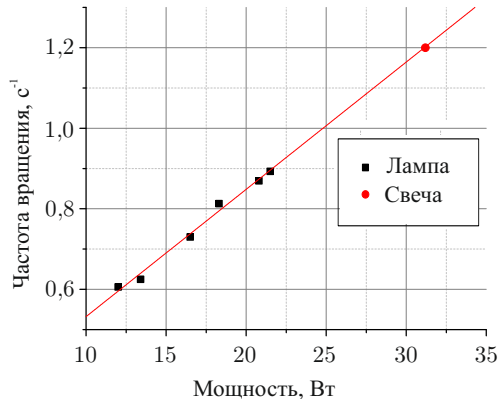
Собираем установку и с интервалом 20 – 30 с измеряем время десяти оборотов вертушки. Через 3 – 5 минут период вращения достигает значения 0,80 – 0,85 с (частота 1,17 – 1,25 с<sup>-1</sup>).

Дожидаемся остывания установки и извлекаем оттуда свечу. Так как абсолютная погрешность весов 0,03 г, то для обеспечения требуемой точности необходимо, чтобы стгорело не менее 1,2 г парафина. Измеряем массу свечи с помощью весов, затем снова зажигаем её и оставляем гореть на время 30 – 40 минут. После чего проводим повторное измерение массы. Рассчитываем скорость  $\mu$  изменения массы свечи. Она составляет 2,2 – 2,6 г/час.

Собираем конструкцию с вертушкой, заменив свечу на лампу. Снимаем зависимость частоты вращения вертушки от мощности (каждый раз дожидаясь выхода на установившийся режим), строим график и аппроксимируем его прямой. Экстраполяция графика до частоты вращения вертушки со свечой равной 1,2 с<sup>-1</sup> даёт мощность  $N$  горячей свечи 31 Вт. Из закона сохранения энергии определяем удельную теплоту сгорания парафина

$$q = \frac{N\tau}{\Delta m} = (47 \pm 4) \text{ МДж/кг},$$

где  $\tau$  – время горения свечи,  $\Delta m$  – изменение её массы.



Возможное решение Э-9-2

Определим расположение выводов  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Будем подключать щуп вольтметра к выводам «серого ящика». Тогда вывод, при подключении к которому вольтметр показывает 0, очевидно, соответствует выводу  $A$  схемы.

Теперь, замыкая  $A$  с одним из двух других выводов, а к третьему подключая вольтметр, получаем два различных значения напряжения. Предполагаем, что сопротивление вольтметра намного больше сопротивлений резисторов (позже это предположение подтвердится). Тогда при подключении вольтметра к выводу  $B$  он должен показывать практически  $U_0$  ( $AC$  замкнут), а при подключении к  $C$  – меньшее напряжение. Таким образом, определили положения выводов 1 –  $C$ , 2 –  $A$ , 3 –  $B$ , и  $U_0 = 1,636$  В.

Пусть  $r$  – сопротивление ветви  $BC$ . Снимаем нужную нам зависимость, используя разорванный и замкнутый участок  $BC$ , а также соединяя резисторы в различные комбинации. Теоретически она выглядит так (знак зависит от полярности подключения вольтметра):

$$U_{AB}(r) = \pm U_0 \frac{R_2 R_3 - R_1 r}{(R_1 + R_3)(R_2 + r)} \text{ (гипербола)}$$

Полученная в эксперименте зависимость изображена на рис. 9.19.

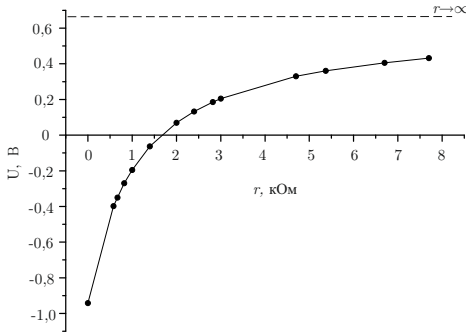


Рис. 9.19

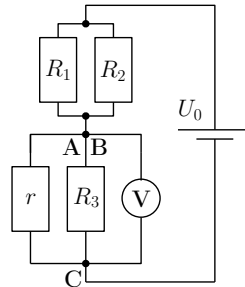


Рис. 9.20

Далее в формулах все значения показаний вольтметра считаются взятыми по модулю.

Подключая свободный вывод вольтметра к  $B$  и  $C$ , получаем значения  $U_B = 0,982$  В и  $U_C = 0,651$  В, и тогда

$$\alpha = \frac{R_3}{R_1} = \frac{U_C}{U_B} = 1,51 \tag{9.21}$$

Заметим, что разница между  $U_B + U_C$  и  $U_0$  составляет 3 мВ, что лежит в пределах погрешности вольтметра. Значит, можем считать сопротивление вольтметра много большим сопротивлений резисторов внутри ящика.

Приведем несколько вариантов дальнейшего решения задачи.

**Вариант 1 (честный)**

Теперь подключаем вольтметр к выводу  $C$ , соединяя накоротко выводы  $A$  и  $B$ . Подключая резисторы к  $BC$ , можем изменять  $r$  в схеме на рисунке 9.20. Обозначим  $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Если оставить разрыв по линии  $BC$ , то показания вольтметра  $U_{AC}(\infty) = 1,353$  В будут давать

$$\beta = \frac{U_{AC}(\infty)}{U_0 - U_{AC}(\infty)} = \frac{R_3}{R_{12}} = 4,78 \quad (9.22)$$

Пользуясь (9.21), можем найти  $\frac{R_2}{R_1}$  из  $\alpha = \beta \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$ . Тогда

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\alpha}{\beta - \alpha} = 0,46$$

Подключив, например,  $r = 1,0$  кОм, получаем  $U_{AC}(r) = 0,834$  В, и тогда  $\delta = \frac{U_{AC}(r)}{U_0 - U_{AC}(r)} = \frac{R_{3r}}{R_{12}} = 1,04$ , где  $R_{3r} = \frac{R_3 r}{R_3 + r}$ . Подставляя  $R_{12}$ , выраженное через  $R_3$  из (9.22), находим из  $\delta \frac{R_3}{\beta} = \frac{R_3 r}{R_3 + r}$  отношение  $\frac{R_3}{r} = \frac{\beta}{\delta} - 1 = 3,60$  и, соответственно,  $R_3 = 3,60$  кОм, а затем и  $R_2 = 1,10$  кОм с  $R_1 = 2,40$  кОм.

Для увеличения точности повторим последний опыт с другими значениями  $r$  и усредним полученные значения  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ .

В итоге получим  $R_3 = 3,58$  кОм,  $R_2 = 1,09$  кОм,  $R_1 = 2,39$  кОм.

**Вариант 2 (быстрый)**

Определим  $R_2$ . Для этого подключим вольтметр к точкам  $B$  и  $C$  параллельно резистору  $r$ , вставив «крокодил»  $C$  в разъем мультиметра. Получаем последовательное соединение  $r$  и  $R_2$  к источнику, напряжение на  $r$  равно  $U_{BC}$ . Тогда подключая различные  $r$  и усредняя, получим

$$R_2 = r \frac{U_0 - U_{BC}}{U_{BC}} = 1,08 \text{ кОм}$$

Для определения  $R_3$  подключим вольтметр к выводам  $V$  и  $B$ . Так как сопротивление вольтметра много больше  $R_2$ , то он будет показывать напряжение на  $R_1$  равное  $U_1$ . Теперь к выводам  $A$  и  $C$  подключим известное сопротивление  $r$ . Показания вольтметра станут  $U_2$ . Тогда  $U_1 = U_0 \frac{R_3}{R_3 + R_1}$ ,  $U_2 = U_0 \frac{R_{3r}}{R_{3r} + R_1}$ . После преобразований получим  $R_3 = r \frac{U_0 U_1 - U_2}{U_2 U_0 - U_2^2}$ .

Пользуясь (9.21), получаем  $R_1 = \frac{R_3}{\alpha}$ . Так же повторим опыт при разных  $r$  и усредним результаты, получив  $R_3 = 3,56$  кОм и  $R_1 = 2,37$  кОм.

Оценка погрешностей дает следующие результаты:  $\Delta U_0 = 3$  мВ,  $\Delta R_1 = 0,13$  кОм,  $\Delta R_2 = 0,03$  кОм,  $\Delta R_3 = 0,16$  кОм.

*Примечание:* также можно найти значение  $R_2$  другим способом – по пересечению графиком  $U_{AB}(r)$  оси абсцисс (условие мостика  $R_1 r = R_2 R_3$ ).



## 10 класс

### Задание 1. Теплоёмкость терморезистора

#### Инструкция по использованию макетной платы.

Каждые пять выводов макетной платы, расположенные в одном столбце по одну сторону от середины платы, соединены внутри платы друг с другом. Например, выводы, отмеченные серым (рис. 10,9), замкнуты между собой. Терморезистором называется полупроводниковый элемент, сопротивление которого зависит от температуры. Для выданного вам терморезистора зависимость имеет вид

$$R(T) = R_0 e^{-a(T-T_0)},$$

где  $R_0$  — сопротивление при температуре  $T_0$ , коэффициент  $a = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ К}^{-1}$ .

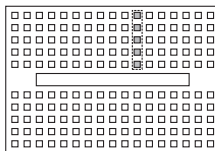


Рис. 10.9

Найдите теплоёмкость выданного терморезистора. Погрешность оценивать не требуется! Значение комнатной температуры  $T_k$  будет объявлено.

**Оборудование.** Секундомер, мультиметр (пользоваться амперметром **запрещено**, он отключен), провода «крокодил», две батарейки, батарейный отсек, резистор, терморезистор, макетная плата, миллиметровая бумага.

### Задание 2. «Сухой лёд»

*Примечание.* Удельная теплоёмкость латуни  $c = 380 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ , и в доступном нам диапазоне температур остаётся постоянной. Удельная теплоёмкость воды  $c_v = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ .

Считайте, что теплоёмкость алюминия (дюралюминия) в интервале температур от  $-110^\circ\text{C}$  до  $+30^\circ\text{C}$  линейно зависит от температуры. При комнатной температуре теплоёмкость алюминия  $c = 800 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ .

Твердый диоксид углерода ( $\text{CO}_2$ , «сухой лёд») — вещество, которое при атмосферном давлении из твердого состояния переходит в газообразное без пребывания в жидком состоянии. Такой процесс называется сублимацией или возгонкой.

- Определите плотность  $\rho$  кристаллов «сухого льда».
- Определите температуру  $t_x$  «сухого льда».
- Определите удельную теплоту сублимации  $\lambda$  «сухого льда».
- Определите теплоёмкость  $c_{\text{ал}}$  дюралюминия при температуре «сухого льда».

Оцените погрешности всех четырёх величин.

**Внимание! Вы получите не более 200 г «сухого льда».**

**Оборудование.** «Сухой лёд», электронный термометр (температурный диапазон: от  $-50^{\circ}\text{C}$  до  $+110^{\circ}\text{C}$ ), 3 стакана из вспененного полистирола, пластиковый стакан, самодельный стаканчик из теплоизолирующего материала (негерметичный!), пластиковый стакан с водой, латунный цилиндр (золотистый), цилиндр из дюралюминия (серебристый), линейка деревянная, весы электронные, 2 нитки, пластинка из вспененного полистирола, шприц, пластиковая чайная ложка, бумажные салфетки, перманентный маркер.

### Возможное решение Э-10-1

При комнатной температуре  $T_k$  определим с помощью омметра сопротивление терморезистора  $R_k = 10,3$  Ом. Заметим, что, при подключении к омметру терморезистор не греется. Так же определим сопротивление постоянного резистора  $r = 5,1$  Ом. При этих измерениях необходимо учитывать, что сопротивление подводящих проводов мультиметра около  $0,3$  Ом.

Подключим последовательно резистор, терморезистор, и батарейку. Терморезистор нагреется до некоторой установившейся температуры  $T_{уст}$ . В этом случае подводимая мощность равна мощности тепловых потерь. С помощью вольтметра находим напряжение на резисторе  $U_r$  и терморезисторе  $U_R$ . Считая, что мощность тепловых потерь пропорциональна разнице температур, находим коэффициент пропорциональности:

$$\alpha = \frac{P}{T_{уст} - T_k} = \frac{U_r U_R}{r} \cdot -\frac{a}{\ln(R(T_{уст})/R_0)} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ К}^{-1}.$$

Отключим терморезистор и будем измерять его сопротивление омметром, одновременно фиксируя время. Таким образом получим зависимость температуры от времени при охлаждении терморезистора. Для некоторой температуры терморезистора  $T$  запишем уравнение теплового баланса

$$-\alpha(T - T_k)\Delta\tau = C\Delta T,$$

где  $\Delta\tau$  — малый временной интервал, в течении которого мы рассматриваем процесс охлаждения терморезистора. Отношение малых приращений  $k = \Delta T/\Delta\tau$  есть коэффициент наклона касательной графика  $T(\tau)$  в точке с температурой  $T$ . Проведя на графике касательную и определив  $k$ , находим теплоёмкость

$$C = -\frac{\alpha(T - T_k)}{k} = 1,3 \text{ Дж/К}.$$

### Возможное решение Э-10-2

Взвесим цилиндр из сухого льда, и затем измерим длину цилиндра. Методом прокатывания по линейке определим диаметр цилиндра. Так же можно уложить в ряд несколько одинаковых цилиндров (метод рядов). Положим на весы пластинку из пенопласта и проведём тарировку весов. Повторно взвесим цилиндр из сухого льда. Усредним массу цилиндра. Тогда вычисляем плотность сухого льда:  $\rho = 1,6 \pm 0,2 \text{ г/см}^3$ .

Наполним стаканчик из теплоизолирующего материала сухим льдом. Поместим датчик электронного термометра в стаканчик. Прямыми измерениями определить температуру «сухого льда» не удаётся (минимально измеряемая температура  $-75^\circ\text{C}$ ). Наливаем в одноразовый пластиковый стакан 30 мл воды (объем определяем на электронных весах) и измеряем температуру воды. Взвесим латунный цилиндр. Поместим его в стаканчик с сухим льдом (переносим цилиндр с помощью нити, привязанной к крючку цилиндра). Процесс охлаждения заканчивается с прекращением шипения содержимого стаканчика. Для надёжности выжидаем ещё минуту и переносим охлаждённый цилиндр в стакан с водой. Выжидая несколько минут до выравнивания температур воды и цилиндра, определяем установившуюся температуру. Решая уравнение теплового баланса находим температуру «сухого льда»:

$$t_x = t_{\text{уст}} - \frac{c_{\text{в}}m_{\text{в}}}{c_{\text{л}}m_{\text{л}}}(t_{\text{в}} - t_{\text{уст}}) = -73 \pm 3^\circ\text{C}.$$

Для определения теплоты сублимации сухого льда помещаем несколько граммов диоксида углерода в стаканчик с водой. Для обеспечения теплоизоляции одноразовый стакан помещаем в пенопластовый стакан. Сверху систему закрываем пенопластовой крышкой. После окончания процесса сублимации определяем температуру воды. Теплоту сублимации находим, решая уравнение теплового баланса:

$$q_{\text{субл}} = \frac{c_{\text{в}}m_{\text{в}}}{m_{\text{CO}_2}}(t_{\text{в}} - t_{\text{уст}}) = 600 \pm 10 \text{ кДж/кг}.$$

Для определения теплоемкости алюминия проведем эксперимент, аналогичный пункту 2, но с цилиндром из дюралюминия. Количество теплоты, необходимое для нагревания цилиндра до установившейся температуры  $Q = \frac{1}{2} \cdot (c(t_x) + c(t_{\text{уст}})) m_{\text{ал}}(t_{\text{уст}} - t_x)$ .

Подставив  $Q$  в уравнение теплового баланса, получаем

$$(t_x) = \frac{2c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_0 - t_{\text{уст}})}{m_{\text{ал}}(t_{\text{уст}} - t_x)} - c(t_{\text{уст}}) = 720 \pm 50 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

## 11 класс

### Задание 1. Физика желеобразных веществ

*Примечание.* Чтобы плавно регулировать напряжение на источнике, поверните ручку пределов напряжения в крайнее правое положение (0-15 V). Остальные положения ручки задают фиксированное значение напряжения.

*Примечание.* Проверьте, что перед включением два левых тумблера повернуты до конца по часовой стрелке, а два правых тумблера — против часовой стрелки. Для изменения напряжения пользуйтесь двумя правыми тумблерами: «COARSE» для грубого изменения и «FINE» для плавного.

В данной работе предлагается исследовать механические свойства желеобразных веществ, к которым относятся желе, гели, студни.

Встречаются и животные с желеобразными телами, например, медуза Аурелия ушастая (Moon Jelly) с прозрачным студенистым телом.

Желеобразные вещества занимают промежуточное положение между жидкими и твёрдыми веществами. Они характеризуются отсутствием текучести, способностью сохранять форму, прочностью, упругими свойствами. По многим своим механическим свойствам эти вещества уникальны. В данной работе вам предлагается определить модуль Юнга  $E$  и скорость звука  $c$  в желатине.

В этой работе вам могут помочь следующие теоретические сведения.

**Модуль Юнга** характеризует упругие свойства вещества, определяя жёсткость различных конструкций. Например, небольшая относительная деформация  $\varepsilon$  цилиндра сечением  $S$  и высотой  $h$  под действием растягивающей (или сжимающей) силы  $F$  равна (по определению модуля Юнга):

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h} = \frac{F}{ES}.$$

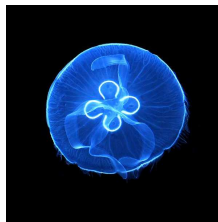
**Изгиб цилиндра.** Пусть цилиндр закреплён в вертикальном положении. Если к верхнему основанию приложить момент сил  $M$ , оно наклонится на угол  $\varphi$  к горизонту. По закону Гука при малых деформациях:

$$M = \kappa\varphi,$$

где  $\kappa$  — жёсткость цилиндра на изгиб. Она определяется модулем Юнга и геометрическими параметрами цилиндра по формуле:

$$\kappa = E \frac{\pi R^4}{4h},$$

где  $R$  — радиус цилиндра, а  $h$  — его высота.



**Кручение цилиндра.** Верхнее основание цилиндра относительно нижнего, закреплённого, основания можно повернуть на угол  $\varphi$  вокруг оси цилиндра в горизонтальной плоскости. Такая деформация называется кручением. При небольших деформациях по закону Гука момент сил  $M$ , необходимый для закручивания цилиндра, также пропорционален углу  $\varphi$ :

$$M = \chi\varphi,$$

где  $\chi \approx E\pi R^4/(6h)$  — *крутильная жёсткость* желатинового цилиндра.

**Крутильные колебания** возникают, если прикреплённый к верхнему основанию цилиндра стержень отклонить в горизонтальной плоскости от положения равновесия на некоторый угол и отпустить (нижнее основание цилиндра закреплено). Период гармонических колебаний такого Т-образного крутильного маятника определяется крутильной жёсткостью цилиндра и моментом инерции  $I$  маятника относительно оси вращения:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\chi}}.$$

**Момент инерции** крутильного маятника (подобно массе груза для пружинного маятника) определяет его инерционность. Момент инерции зависит от распределения масс относительно оси вращения маятника. Так, момент инерции тонкого однородного стержня длиной  $l$  и массой  $m_0$  относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину, равен:

$$I_{\text{ст}} = \frac{m_0 l^2}{12}.$$

Если же на стержень нацепить небольшой грузик массой  $m$  на расстоянии  $r$  от оси вращения, то момент инерции маятника увеличится на величину момента инерции грузика  $\Delta I = I_m = mr^2$  и станет равным:

$$I = I_{\text{ст}} + mr^2.$$

Это связано с тем, что момент инерции — величина аддитивная.

**Модуль Юнга** входит в формулу для **скорости звука** в различных материалах. Если, например, по торцу тонкого стержня ударить молотком, то по стержню побежит продольная звуковая волна со скоростью  $c = \sqrt{E/\rho}$ . Так, для стали с модулем Юнга  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па и плотностью  $\rho = 7,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$  эта скорость составляет  $c = \sqrt{E/\rho} \approx 5$  км/с.

### Задание

1.1. Изготовьте из желатинового цилиндра диаметром  $D = 29$  и длинной деревянной линейки Т-образный маятник (при необходимости, если недостаточно собственной «липкости» желатина, линейку можно подклеить к цилиндру, а сам цилиндр к деревянной подставке с помощью «желатинового» клея). Исследуйте желатиновый цилиндр на изгиб статическим методом. Для этого снимите зависимость  $\varphi(M)$  — изменения угла  $\varphi$  наклона линейки Т-образного маятника под действием приложенного к линейке момента сил  $M$ . Зарисуйте схему установки и опишите методику измерений.

1.2. Результаты измерений п. 1.1 представьте графически.

1.3. По результатам эксперимента п. 1.1 получите значение модуля Юнга  $E$  желатина. Оцените погрешность измерений.

2.1. Исследуйте желатиновый цилиндр Т-образного маятника на кручение динамическим методом. Для этого исследуйте зависимость изменения периода  $T_{\text{крут}}$  крутильных колебаний маятника от изменения момента его инерции. Зарисуйте схему установки и опишите методику измерений.

2.2. Результаты измерений п. 2.1 представьте графически.

2.3. По результатам измерений п. 2.1 получите значение модуля Юнга  $E$  желатина. Оцените погрешность измерений.

3.1. Исследуя поведение тонких ( $d = 19,5$  мм) желатиновых цилиндров на вибрирующей подставке, определите скорость продольных звуковых волн  $c_3$  в желатине. Желатиновые цилиндры выдавливаются из шприцов с помощью поршня. Для приготовления цилиндров необходимой длины используйте канцелярский нож. Зарисуйте схему установки и опишите методику измерений.

**Внимание:** не подавайте на электромоторчик напряжение, превышающее 9,5 В.

*Совет:* отрезать нужную длину образца лучше по мере выдавливания цилиндра, прижимая нож к торцу шприца.

*Подсказка:* вибрирующая подставка может быть реализована с помощью линейки с закреплённым на ней электромоторчиком.

3.2. Сравните полученное значение  $c_3$  с теоретическим, рассчитанным по формуле  $c_T = \sqrt{E/\rho}$ , где  $E$  — модуль Юнга, определённый статическим или динамическим методом. Плотность желатина  $\rho = 1,05 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ .

4. С помощью пластиковой ложечки съешьте фруктовое желе. Запишите свои впечатления. Зарисовывать схему установки, описывать методику поедания, определять модуль Юнга и делать оценку погрешности в этом пункте не надо. Ашларыгыз тэмле булсын!

*Примечание.* Этот пункт можно выполнить в любой момент.

**Оборудование.** Широкий шприц с внутренним диаметром  $D = 29$  мм, деревянная подставка, 3 маленьких шприца с внутренним диаметром  $d = 19,5$  мм, электромоторчик постоянного тока с эксцентриком, закреплённый на деревянной линейке, регулируемый источник постоянного тока, стробоскопический тахометр, секундомер, деревянная линейка, канцелярский нож, 2 одинаковые большие гайки массой  $m_T = 9,75$  г каждая, канцелярская клипса, фруктовое желе (яблочное, вишнёвое или клубничное), пластиковая (одноразовая) ложечка. Клей (расплавленный желатин) по требованию.

## Задание 2. Магнитное взаимодействие

Простейший электрический диполь представляет собой систему из двух одинаковых по величине и противоположных по знаку точечных электрических зарядов, смещённых друг относительно друга на вектор  $\vec{l}$ , проведённый от отрицательного ( $-q$ ) к положительному заряду ( $+q$ ). Дипольный момент — это векторная величина, равная:

$$\vec{P} = q\vec{l}.$$

Диполь называют точечным (или элементарным), если его размеры малы по сравнению расстоянием  $r$  до диполя:  $l \ll r$ .

Эксперимент и теория показывают, что картина силовых линий напряжённости  $\vec{E}$  поля электрического точечного диполя  $\vec{P}$  не отличается от картины силовых линий магнитной индукции  $\vec{B}$  магнитного точечного диполя  $\vec{P}_m$  (маленького постоянного магнетика или виточка с током). Это означает, что, получив законы взаимодействия электрических точечных диполей и заменив в формулах  $\vec{P}$  на  $\vec{P}_m$ , а константу электрического взаимодействия  $k_\varepsilon = (4\pi\varepsilon_0)^{-1} = 9 \cdot 10^9$  м/Ф — на константу магнитного взаимодействия  $k_\mu = \mu_0/(4\pi) = 10^{-7}$  Гн/м, мы сможем рассчитать поля и законы взаимодействия магнитных диполей. Вектор магнитного момента  $\vec{P}_m$  постоянного магнита направлен от южного к северному полюсу (для витка с током это направление соответствует правилу буравчика).

### Магнитный шар

Магнитные моменты неодимовых магнитов в нашей работе не меняются под действием внешнего магнитного поля, то есть являются магнитожёсткими.

Поле неодимового шара радиусом  $R$  на расстояниях  $r \geq R$  совпадает с полем точечного магнитного диполя  $\vec{P}_m$ , равного магнитному моменту шара и расположенного в его центре.

Неодимовые шары взаимодействуют как жёсткие точечные диполи, расположенные в центрах шаров.

### Железный шар в магнитном поле

Железный шар в нашей работе в отсутствие магнитных полей практически не намагничен и, соответственно, не несёт никакого магнитного момента. В магнитном поле он намагничивается, приобретая магнитный момент пропорциональный индукции магнитного поля  $B$ :

$$\vec{P}_{\text{ш}} = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{\mu - 1}{\mu + 2} B \vec{R}^3,$$

где  $R$  — радиус шара, а  $\mu$  — магнитная проницаемость железа. В результате возникает взаимодействие между наведённым магнитным моментом шара  $\vec{P}_{\text{ш}}$  и магнитным моментом  $\vec{P}_m$  постоянного магнита.



### Задание

1.1 Снимите зависимость силы  $F(\theta)$  взаимодействия двух неодимовых шаров от угла  $\theta$  между их магнитными моментами с шагом в  $10^\circ$  в двух случаях:

а) магнитный момент  $\vec{P}_m$  одного из шаров (неподвижного) направлен вдоль прямой, соединяющей центры шаров.

б) магнитный момент  $\vec{P}_m$  одного из шаров (неподвижного) перпендикулярен прямой, соединяющей центры шаров.

Опишите установку и методику измерений.

1.2. Постройте зависимости  $F_a(\theta)$  и  $F_b(\theta)$  на одном графике.

1.3. Постройте график  $\gamma(\theta) = F_a(\theta)/F_b(\theta)$ .

2. Получите теоретическое значение отношения  $\gamma(\theta)$  для значений  $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ .

3. Определите максимальную силу  $F_{\text{цп}}$  сцепления соприкасающихся магнитных шаров.

4. Считая, что неодимовые шары намагничены одинаково, используя экспериментальные данные, рассчитайте их магнитные моменты  $P_m$ .

5. Определите индукцию  $B_n$  магнитного поля на полюсе неодимового шара.

6. Снимите зависимость силы  $F(\theta)$  взаимодействия неодимового шара с железным от угла  $\theta$  между магнитным моментом  $\vec{P}_m$  постоянного магнита и линией, соединяющей центры шаров. Постройте график этой зависимости. Определите отношение  $k_3 = F_{\text{max}}/F_{\text{min}}$  сил взаимодействия на графике 1.2.

*Примечание.* Диапазон значений силы для этой зависимости может существенно отличаться от уже выбранного масштаба для графика 1.2. В таком случае вы можете выбрать дополнительную ось ординат ( $Y$ ), отметив её с правой стороны графика, со своим масштабом и смещением. Укажите, к какой из осей ординат какая зависимость относится.

7. Считая, что железный шар находится в однородном поле, равном внешнему полю в его центре, сделайте теоретическую оценку отношения  $k_T = F_{\text{max}}/F_{\text{min}}$  сил взаимодействия магнита с железным шаром. Сравните теоретическую оценку с экспериментальным значением  $k_3$ , полученным в предыдущем пункте.

8. Оцените максимальную величину  $P_{\text{ш}}$  наведённого магнитного момента железного шара при расстоянии между центрами шаров  $r \approx 5$  см.

9. Оцените магнитную проницаемость материала, из которого изготовлен железный шар.

**Оборудование.** Два одинаковых неодимовых магнитных шара диаметром  $d = 20$  мм (один полюс помечен), железный шар диаметром  $d = 20$  мм, штатив, устройства для крепления и поворота шаров, шкала для отсчёта угла поворота магнита, электронные весы, деревянная линейка, перманентный маркер по требованию.

Возможное решение Э-11-1

Статический метод

Отрежем цилиндр желатина высотой  $h = (35 \pm 1)$  мм из толстого шприца. С помощью клея закрепим его на подставке, а затем приклеим к нему сверху линейку так, чтобы она лежала горизонтально.

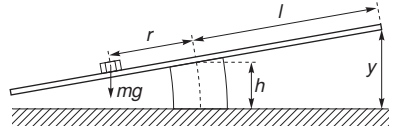


Рис. 11.7

Для вычисления модуля Юнга снимем зависимость  $\varphi(M)$ . Угол  $\varphi \approx \sin \varphi = \frac{y}{l}$ . Для изменения момента силы  $M$  будем использовать гайку. Так как угол  $\varphi$  наклона линейки мал  $\Rightarrow M = mgr \cos \varphi \approx mgr$ . Если гайка начнет сползать, будем закреплять ее желатиновым клеем.

$r, \text{cm}$	$y, \text{cm}$	$\Delta y, \text{cm}$	$\varphi$
0	0	4,4	0,000000
1	2	6,8	0,093841
2	3	8,1	0,144092
3	4	9,2	0,186058
4	5	10,3	0,227372
5	6	11,5	0,271554
6	7	12,6	0,311125
7	8	13,7	0,349715

Построим график полученной зависимости,

Угловой коэффициент прямой  $s = (4,36 \pm 0,03) \text{ м}^{-1}$

Вычислим модуль Юнга по формуле  $E = \frac{4mgh}{\pi sr^4}$

Подставляя полученные значения, получаем:  $E = (22 \pm 2) \text{ кПа}$

Динамический метод

В этой части будем использовать установку из предыдущей части, Теперь положим две гайки на одинаковом расстоянии  $r$  от центра,

Аккуратно отклоним линейку на небольшой угол так, чтобы она все время оставалась горизонтальной (иначе могут возникнуть другие моды колебаний), и отпустим. Возникнут крутильные колебания. Будем измерять время  $t = 10T$ , за которое система совершает 10 колебаний в зависимости от расстояния до гаек  $r$ , Повторим измерения для каждого значения  $r$  несколько раз,

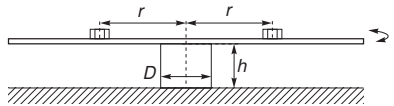


Рис. 11.9

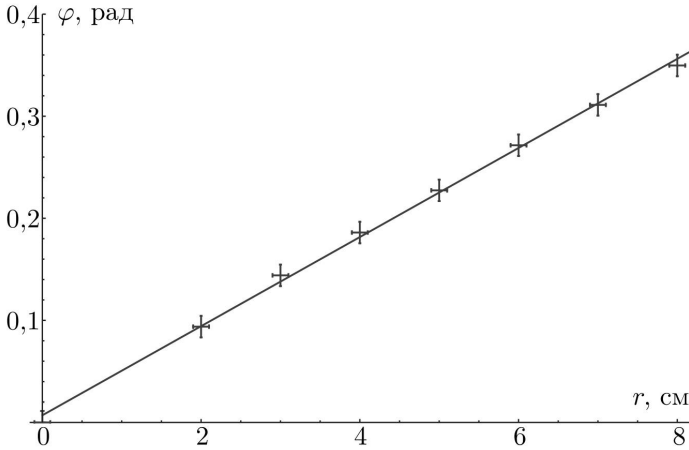


Рис. 11.8

	$r, \text{ см}$	$10T_1, \text{ с}$	$10T_2, \text{ с}$	$10T_3, \text{ с}$	$10T_4, \text{ с}$	$10T_5, \text{ с}$	$r^2, \text{ м}^2$	$T^2, \text{ с}^2$
0	0	6,32	6,34	6,35	6,39	6,34	0,0000	0,402971
1	2	6,41	6,41	6,38	6,38	6,47	0,0004	0,410881
2	4	6,87	6,90	6,94	6,84	6,84	0,0016	0,473069
3	6	7,69	7,72	7,62	7,69	7,69	0,0036	0,590131
4	8	8,59	8,66	8,60	8,63	8,66	0,0064	0,744424
5	10	9,68	9,69	9,63	9,68	9,66	0,0100	0,934702
6	12	10,88	10,99	10,91	10,91	10,88	0,0144	1,191154
7	14	12,12	12,15	12,15	12,10	12,09	0,0196	1,469429
8	16	13,37	13,34	13,41	13,34	13,35	0,0256	1,785430
9	18	14,59	14,60	14,63	14,61	14,62	0,0324	2,134521
10	20	15,93	15,91	15,90	15,91	15,92	0,0400	2,532554

Момент инерции системы равен  $I = I_0 + 2mr^2$ , где  $I_0$  - момент инерции линейки, Тогда зависимость квадрата периода колебаний  $T^2$  от  $r^2$  будет линейной:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{\chi} = \frac{8\pi^2 m}{\chi} r^2 + \frac{4\pi^2 I_0}{\chi}$$

Построим линеаризованный график  $T^2(r^2)$

Угловой коэффициент прямой  $a = \frac{8\pi^2 m}{\chi} = (53,7 \pm 0,3) \frac{\text{с}^2}{\text{м}^2}$ , Отсюда, используя выра-

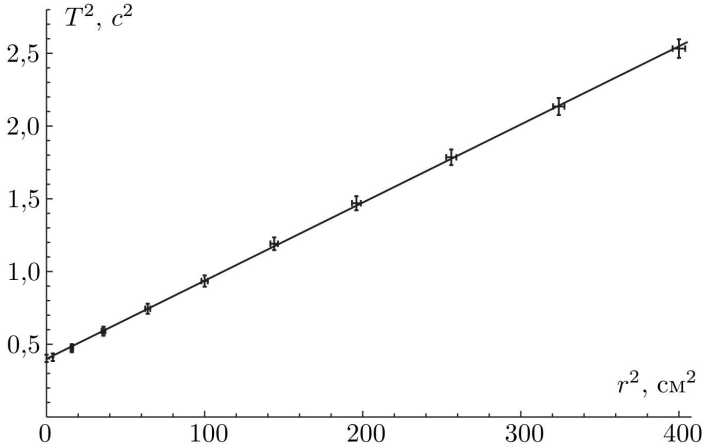


Рис. 11.10

жение для  $\chi$ , получаем, что модуль Юнга

$$E = \frac{6\chi h}{\pi R^4} = \frac{48\pi m h}{a R^4}$$

Подставляя полученные значения, получаем:  $E = (22 \pm 2)$  кПа

### Резонансный метод

В этой части нам потребуются цилиндры разной высоты, которые мы будем нарезать из образцов в тонких шприцах, Соберем следующую установку:

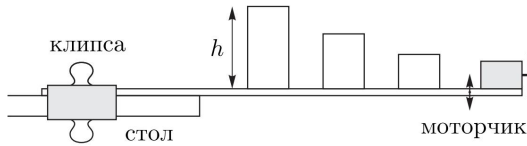


Рис. 11.11

Линейку с моторчиком закрепим на краю стола с помощью клипсы так, чтобы ее конец с двигателем сильно выступал за пределы парты (как минимум, сантиметров на 10), На линейке закрепим несколько желатиновых цилиндров разной высоты, Для каждого цилиндра измерим его резонансную частоту  $\nu_{res}$ , Для начала настроим частоту с помощью источника тока так, чтобы амплитуда колебаний выбранного цилиндра

	$h$ , см	$\nu_{res}$ , об/с	$h^{-1}$ , м <sup>-1</sup>	$\nu_{res}$ , с <sup>-1</sup>
0	4,0	1600	25,000000	26,666667
1	3,4	2000	29,411765	33,333333
2	2,8	2500	35,714286	41,666667
3	2,4	2750	41,666667	45,833333
4	2,0	3300	50,000000	55,000000

высотой  $H$  была максимальна, Затем будем светить стробоскопом на вертушку и, изменяя частоту вспышек света, находить положение, когда вертушка останавливается, при этом виден только один винт (если видно несколько винтов, то это кратные частоты), Тогда частота стробоскопа совпадает с частотой колебаний системы,

В цилиндре возбуждается стоячая волна, при этом, так как амплитуда максимальна на конце цилиндра, то там пучность, значит высота цилиндра - это половина длины стоячей волны или четверть длины бегущей волны, то есть  $h = \frac{\lambda}{4}$ , При этом скорость звука  $c = \lambda\nu_{res} \Rightarrow \nu_{res} = \frac{c}{4}h^{-1}$  Измерим  $\nu_{res}$  для нескольких цилиндров разной высоты,

Построим график зависимости  $4\nu_{res}(h^{-1})$

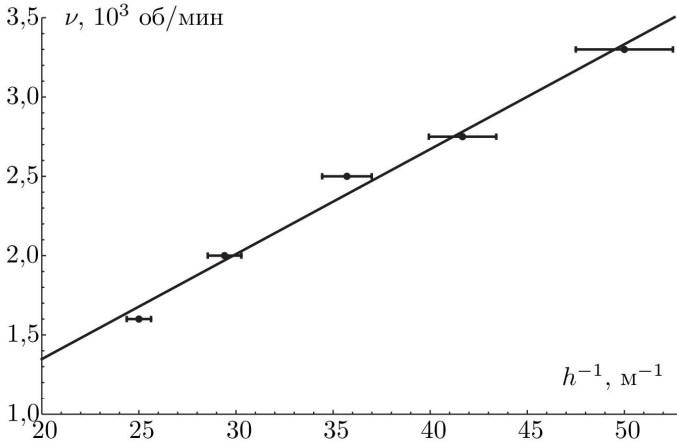


Рис. 11.12

Скорость звука есть угловой коэффициент полученной прямой  $c = (4,4 \pm 0,3) \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Посчитаем теоретическое значение  $c_{th} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = (4,6 \pm 0,2) \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Возможное решение Э-11-2

1.1. Закрепим нижний магнит на подставке и положим на весы. Верхний магнит фиксируем в держателе при помощи резинки. Для исключения силы тяжести подставки с закреплённым магнитом показания весов при удалённом расположении магнитов зануляем с помощью клавиши «TARE». Тогда при сближении магнитов весы показывают только силу магнитного взаимодействия, причём знаку «+» соответствует отталкивание, а знаку «-» — притяжение магнитов. Важно, чтобы центр магнита находился на оси вращения держателя. Убеждаемся в этом, поворачивая держатель на  $180^\circ$ : сила должна поменяться на противоположную.

а) Магнитный момент нижнего шара ориентируем по вертикали. Верхний шар закрепляем на штативе так, чтобы центры шаров находились на одной вертикали на таком расстоянии, чтобы максимальная сила взаимодействия магнитов соответствовала  $\approx 10$  г. В начальном положении магнитный момент верхнего шара ориентируем по вертикали и закрепляем так, чтобы нулю отсчёта по шкале соответствовала максимальная сила притяжения (весы при этом показывают  $\approx -10$  г). Поворачивая верхний шар (нижний шар неподвижен), снимаем зависимость показаний весов  $F_{\parallel}$  от угла  $\theta$ .

б) Расстояние между шарами не изменяем (сохраняем как в предыдущем пункте). Магнитный момент нижнего шара ориентируем горизонтально и параллельно плоскости вертикальной стойке штатива. Магнитный момент верхнего шара ориентируем параллельно магнитному моменту нижнего шара и закрепляем так, чтобы нулю отсчёта по шкале соответствовала максимальная сила притяжения (она оказывается примерно в два раза меньше максимальной силы притяжения в случае  $\vec{r} \parallel \vec{P}_m$ ). Поворачивая верхний шар в вертикальной плоскости (нижний шар неподвижен) снимаем зависимость показаний весов  $F_{\perp}$  от угла  $\theta$ .

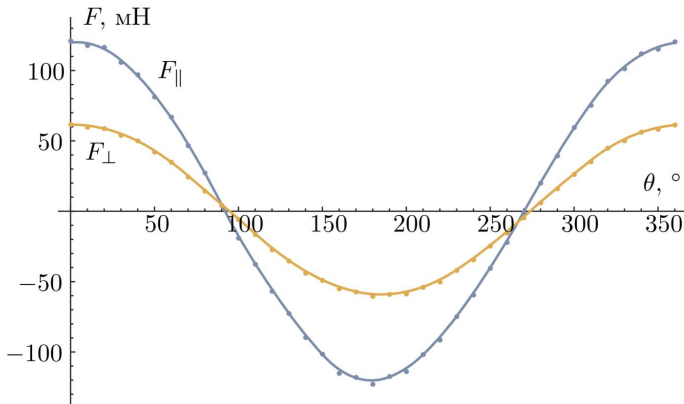


Рис. 11.13

Результаты измерений при расстоянии между шарами при  $r = 96$  мм представлены в Таблице №1.

Таблица 1.

$\theta, ^\circ$	$m_{\parallel}, \text{г}$	$F_{\parallel}, \text{мН}$	$m_{\perp}, \text{г}$	$F_{\perp}, \text{мН}$	$\gamma$	$\theta, ^\circ$	$m_{\parallel}, \text{г}$	$F_{\parallel}, \text{мН}$	$m_{\perp}, \text{г}$	$F_{\perp}, \text{мН}$	$\gamma$
0	12,42	121,7	6,24	61,2	1,99	10	12,08	118,4	6,04	59,2	2,00
20	11,96	117,2	5,95	58,3	2,01	30	10,87	106,5	5,46	53,5	1,99
40	9,97	97,7	5,07	49,7	1,97	50	8,36	81,9	4,27	41,9	1,96
60	6,89	67,5	3,55	34,8	1,94	70	4,83	47,3	2,50	24,5	1,93
80	2,85	27,9	1,50	14,7	1,90	90	0,48	4,7	0,48	4,7	1,00
100	-1,88	-18,4	-0,53	-5,2	3,55	110	-3,77	-37,0	-1,58	-15,5	2,39
120	-5,73	-56,2	-2,66	-26,1	2,15	130	-7,34	-71,9	-3,46	-34,0	2,12
140	-9,08	-89,0	-4,33	-42,4	2,10	150	-10,29	-100,8	-4,84	-47,5	2,12
160	-11,68	-114,5	-5,44	-53,3	2,15	170	-11,97	-117,3	-5,66	-55,5	2,11
180	-12,47	-122,2	-5,98	-58,6	2,09	190	-11,91	-116,7	-5,84	-57,2	2,04
200	-11,55	-113,2	-5,80	-56,8	1,99	210	-10,32	-101,1	-5,33	-52,2	1,94
220	-9,26	-90,8	-4,95	-48,5	1,87	230	-7,56	-74,1	-4,13	-40,5	1,83
240	-6,00	-58,8	-3,38	-33,1	1,78	250	-4,06	-39,8	-2,40	-23,6	1,69
260	-2,19	-21,5	-1,47	-14,4	1,49	270	-0,04	-0,4	-0,40	-3,9	0,10
280	2,11	20,7	0,67	6,6	3,15	290	4,09	40,1	1,67	16,3	2,46
300	6,14	60,2	2,69	26,4	2,28	310	7,75	76,0	3,59	35,2	2,16
320	9,50	93,1	4,55	44,6	2,09	330	10,41	102,0	5,08	49,7	2,05
340	11,49	112,6	5,69	55,8	2,02	350	11,82	115,8	5,89	57,8	2,01
360	12,36	121,1	6,20	60,8	1,99						

1.2. Графики зависимостей  $F_{\parallel}(\theta)$  и  $F_{\perp}(\theta)$  представлены на рисунке

1.3. Построим график  $\gamma(\theta) = F_{\parallel}(\theta)/F_{\perp}(\theta)$ .

2. Если второй диполь находится на оси первого ( $\vec{r} \parallel \vec{P}_m$ ), то

$$F = \frac{\mu_0 6P_m^2 \cos \theta}{4\pi r^4}, \quad \text{откуда следует}$$

$$F(0^\circ) = -F(180^\circ) = F_{\parallel}^{\max} = \frac{\mu_0 6P_m^2}{4\pi r^4}, \quad F(90^\circ) = F(270^\circ) = 0.$$

Если дипольный момент неподвижного шара перпендикулярен прямой, соединяющей их центры ( $\vec{r} \perp \vec{P}_m$ ), то

$$F = \frac{\mu_0 3P_m^2 \cos \theta}{4\pi r^4}, \quad \text{откуда следует}$$

$$F(0^\circ) = -F(180^\circ) = F_{\perp}^{\max} = \frac{\mu_0 3P_m^2}{4\pi r^4}, \quad F(90^\circ) = F(270^\circ) = 0.$$

Из графиков видно, что эксперимент согласуется с теорией при  $\theta = 90^\circ, 270^\circ$ . Также из теории следует, что амплитуды колебаний силы в первом и втором случаях разли-

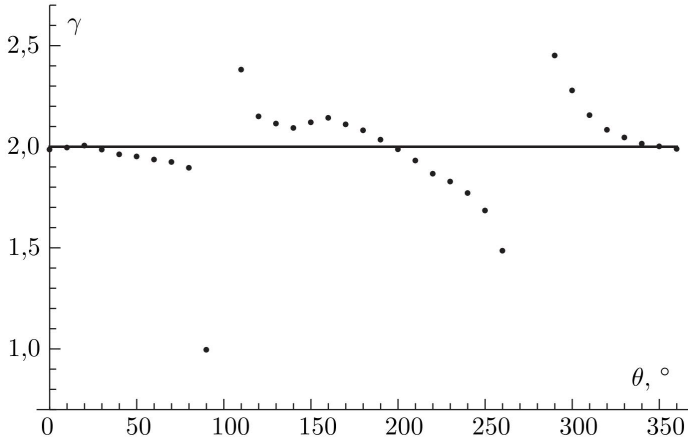


Рис. 11.14

чаются в два раза (при  $\theta = 90^\circ, 270^\circ$  обе силы равны нулю и отношение неопределено):

$$\gamma(\theta) = \frac{F_{\parallel}^{\max}}{F_{\perp}^{\max}} = 2.$$

В пределах погрешности это согласуется с экспериментом:

$$\gamma(\theta) = \frac{F_{\parallel}^{\max}}{F_{\perp}^{\max}} = \frac{12,42 \text{ Г}}{6,24 \text{ Г}} = 2,02.$$

3. Снимаем зависимость  $F(r)$ . Поскольку  $F \propto r^{-4}$ , график  $F^{-1/4}(r)$  — линейная функция

Угловой коэффициент зависимости  $k_{\text{ш}} = 3,10 \pm 0,15 \text{ мН}^{-1/4}\text{м}$ . С помощью него определим силу сцепления:

$$F_{\text{сц}} = F(d) = (k_{\text{ш}}d)^{-4} = 69 \pm 15 \text{ Н}.$$

4. Из формулы для максимальной силы находим:

$$P_m = \sqrt{\frac{F_{\text{сц}}(d/2)^4}{6\mu_0/4}} = 4,15 \text{ Дж/Тл}.$$

5. Найдём индукцию магнитного поля на полюсе:

$$B_{\text{п}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{R^3} = 0,83 \text{ Тл}.$$



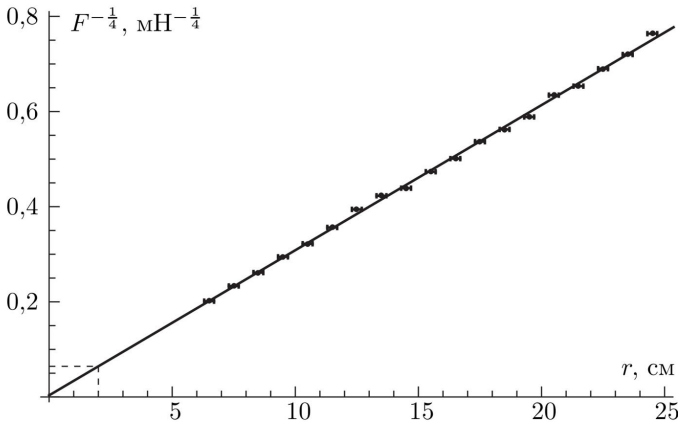


Рис. 11.15

6. Железный шар закрепим на подставке и разместим на весах. Для исключения силы тяжести подставки с закреплённым магнитом, показания весов при удалённом расположении шара и магнита зануляем с помощью клавиши «TARE». Тогда, при сближении шара с магнитом, весы показывают только силу их магнитного взаимодействия: знаку «+» соответствует отталкивание; знаку «-» — притяжение магнитов.

Магнитный шар закрепляем в штативе так, чтобы центры шаров находились на одной вертикали на таком расстоянии, чтобы максимальная сила взаимодействия магнита с шаром составляла  $F_{\text{ш}} \approx 5$  г. В начальном положении магнитный момент верхнего шара ориентируем по вертикали и закрепляем так, чтобы нулю отсчёта по шкале соответствовала максимальная сила притяжения (весы при этом показывают  $\approx 5$  г). Поворачивая верхний шар (нижний железный шар — неподвижен), снимаем зависимость показаний весов  $F$  от угла  $\theta$ . Результаты измерений при расстоянии между шарами  $r_0 = 46$  мм представлены в таблице 2.

Таблица 2.

$\theta, ^\circ$	$m_{\text{ш}}, \text{г}$	$F_{\text{ш}}, \text{мН}$	$\theta, ^\circ$	$m_{\text{ш}}, \text{г}$	$F_{\text{ш}}, \text{мН}$	$\theta, ^\circ$	$m_{\text{ш}}, \text{г}$	$F_{\text{ш}}, \text{мН}$
0	5,40	52,9	120	2,33	22,8	260	1,40	13,7
20	5,12	50,2	140	3,69	36,2	270	1,35	13,2
40	4,00	39,2	160	4,95	48,5	280	1,53	15,0
60	2,60	25,5	180	5,50	53,9	300	2,50	24,5
80	1,55	15,2	200	4,88	47,8	320	3,88	38,0
90	1,39	13,6	220	3,53	34,6	340	4,94	48,4
100	1,51	14,8	240	2,14	21,0	360	5,42	53,1

Построим график  $F_{\text{ш}}(\theta)$  на графике вместе с  $F_{\parallel}(\theta)$  и  $F_{\perp}(\theta)$ . Поскольку диапазон величин  $F_{\text{ш}}$  заметно меньше, введём дополнительную ось справа. Отметим, что период

полученной косинусоиды в два раза меньше периода графика  $F_{\parallel}(\theta)$ .

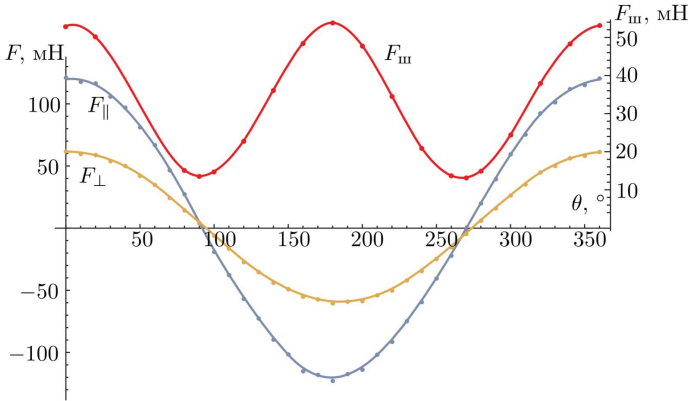


Рис. 11.16

7. Из законов Кулона, а также электрическо-магнитной аналогии не трудно получить что:

$$F_{\max} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m \alpha B_{\parallel}}{r^4},$$

где  $\alpha B_{\parallel} = \alpha(2P_m)/r^3$  — наведённый момент шара при  $\vec{r} \parallel \vec{P}_m$ .

$$F_{\min} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3P_m \alpha B_{\perp}}{r^4},$$

где  $\alpha B_{\perp} = \alpha(P_m)/r^3$  — наведённый момент шара при  $\vec{r} \perp \vec{P}_m$ .

Таким образом, теоретическая оценка  $k_T = F_{\max}/F_{\min} = 4$  — хорошо согласуется с экспериментальным значением:  $k_3 = 53,1/13,2 = 4,03$ .

8. Максимальная сила взаимодействия шара с магнитом на расстоянии между центрами шаров  $r_0 = 46$  мм:

$$F_{\max} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m P_m}{r_0^4} = 53,1 \text{ мН.}$$

Экспериментально находим, что примерно такая же сила притяжения возникает между магнитными шарами с магнитными моментами, направленными вдоль линии соединяющей центры шаров, на расстоянии  $r = 115$  мм:

$$F_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m^2}{r^4} = 53,5 \text{ мН.}$$

Теперь можно оценить  $P_{\text{ш}}$ :

$$\frac{P_{\text{ш}}}{P_m} = \frac{F_{\text{max}} r_0^4}{F_{\parallel} r^4} \approx 0,024, \text{ откуда } P_{\text{ш}} \approx 0,024 P_m \approx 0,1 \text{ Дж/Тл.}$$

9. Оценим  $\mu$  из формулы для наведённого магнитного момента

$$P_{\text{ш}} = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{\mu - 1}{\mu + 2} B R^3 = \frac{\mu - 1}{\mu + 2} 2 P_m \frac{R^3}{r_0^3} \approx 0,024 P_m.$$

В пределах погрешности получаем, что отношение

$$\frac{\mu - 1}{\mu + 2} \approx 1, \text{ откуда } \mu \gg 1.$$