

Задание 9.1. и 10.1. Удельное сопротивление металла

Определите удельное электрическое сопротивление металла, из которого изготовлена проволока.

Приборы и оборудование: Моток проволоки (плотность $\rho = 8,9 \text{ г/см}^3$), мультиметр, пластмассовая соломинка известной массы M , линейка длиной 30 см, шариковая ручка, кусочек наждачной бумаги.

Указания организаторам: В работе используется медная лакированная проволока диаметром $d = 0,15 \text{ мм}$. Её длина 10 – 12 м. Проволоку следует выдавать сильно запутанным мотком со свободным концом длиной 40 – 50 см. Наждачная бумага должна быть мелкой (№ 1 или 2). Шариковая ручка с тонким стержнем. Стержень нужен для намотки на него проволоки и измерение её диаметра.

Возможное решение.

1. Зачищаем концы медной лакированной проволоки наждачной бумагой.
2. Мультиметром (в режиме омметра) измеряем сопротивление R проволоки с учетом ненулевого начального показания прибора (сопротивления при закороченных концах мультиметра).
3. Определяем массу m мотка проволоки методом неравноплечных весов, используя в качестве рычага соломинку. Длины плеч измеряем линейкой.
4. Диаметр d проволоки измеряем методом рядов, используя для намотки стержень шариковой авторучки.

Теория:

$$\text{Масса проволоки } m = DL(\pi d^2/4), \quad (1)$$

где D – плотность меди, L – длина проволоки, d – диаметр проволоки.

$$\text{Сопротивление проволоки равно } R = (\rho L)/(\pi d^2/4), \quad (2)$$

где ρ – удельное сопротивление меди.

Исключая из (1) и (2) длину проволоки L получаем выражение для удельного сопротивления

$$\rho = RD(\pi d^2/4)^2/m.$$

Примерные критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| 1. Метод определения ρ , теоретическое обоснование метода | 3 балла |
| 2. Измерение сопротивления проволоки R (число, размерность) | 2 балла |
| 3. Измерение массы проволоки (метод, результат (число, размерность)) | 3 балла |
| 4. Измерение диаметра проволоки (метод, результат) | 2 балла |
| 5. Вычисление ρ (число, размерность) | 3 балла |
| 6. Оценка погрешности | 2 балла |

Задание 9.2. Физический маятник

Известно, что при малых колебаниях тела, свободно вращающегося вокруг горизонтальной оси, период колебаний T связан с расстоянием h от центра масс тела до точки, вокруг которой происходит качание, следующим образом:

$$T^2 = \frac{A}{h^\alpha} + Bh^\beta \quad (1)$$

где α, β - неизвестные натуральные числа, A, B - неизвестные коэффициенты.

Задание. Снимите зависимость $T(h)$. Определите значения α, β, A, B . Определите значение h_0 , при котором период колебаний минимален.

Оборудование. Металлический стержень, уголок, штатив, измерительная лента, секундомер, нитка, миллиметровая бумага (для построения графика).

Возможное решение

1. Снимем зависимость $T(h)$.

2. Заметим, что т.к. $\alpha, \beta \geq 1$ при малых h : $Bh^\beta \ll \frac{A}{h^\alpha} \Rightarrow T^2 \approx \frac{A}{h^\alpha}$. Возьмем некоторые 2 малых значения h : h_1 и h_2 , тогда $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^\alpha$, отсюда находим $\alpha=1$.

3. Преобразуем формулу (1): $T^2h = A + Bh^{\beta+1}$. Выберем функции $\varphi(T, h) = T^2h$, $f(h) = h^{\beta+1}$. Угловой наклон графика $\varphi(f)$ численно равен B , а координата пересечения графика с осью f численно равна A . В условии сказано, что β - натуральное число. Предположим, $\beta=1$. Построим график в координатах $\varphi(f)$. Линейность графика подтверждает то, что $\beta=1$. Из графика находим A и B . Теоретические значения коэффициентов A и B равны соответственно $\frac{\pi^2 l^2}{3g}$ и $\frac{\pi^2}{g}$, где l - длина стержня.

4. Практически невозможно измерить h_0 непосредственно, т.к. вблизи h_0 T слабо зависит от h . $T^2 = \frac{A}{h} + Bh = \frac{A+Bh^2}{h} = \frac{A-2\sqrt{AB}h+Bh^2}{h} + 2\sqrt{AB} = \frac{(\sqrt{A}-\sqrt{B}h)^2}{h} + 2\sqrt{AB} \Rightarrow$ минимальное значение периода достигается при $h_0 = \sqrt{\frac{A}{B}}$.

Критерии оценивания

Снята зависимость $T(h)$ на всем диапазоне h	3
Способ нахождения α	1
Определено значение $\alpha=1$	1
Идея выбора функций $\varphi(T, h) = T^2h, f(h) = h^{\beta+1}$	2
График $\varphi(f)$ при $\beta=1$	2
Значение A	2
Значение B	2
Способ нахождения h_0	1
Значение h_0	1

Задание 10.2 и 11.2. Коробка с полосками

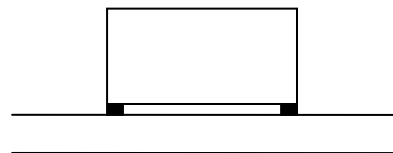
Оборудование: Деревянный брусок с наклеенными полосками наждачной бумаги и изоляционная ленты у средних граней; Наклонная плоскость; брусок, для регулировки угла наклона плоскости; лист миллиметровой бумаги. Для фиксации бумаги можно использовать скотч, выдаваемый по требованию.



Запрещается отрывать полоски!

Задание

1. Поставьте брусок на наклонную плоскость полосками вниз. Полоски должны быть ориентированы поперек длинной стороны наклонной плоскости. Плавно увеличивайте наклон пластины, пока брусок не начнёт скользить по ней. Зафиксируйте критические углы наклона (при которых брусок начинает скользить) для случаев, когда впереди (ниже) полоска наждачной бумаги и впереди (ниже) полоска изоляционная ленты.



Обнаруживается ли надёжно по Вашим результатам различие критических наклонов в указанных случаях или нет?

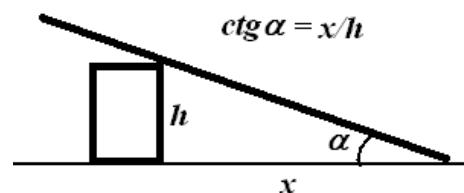
2. Предложите и обоснуйте метод нахождения (с помощью указанного оборудования) разность $\Delta\mu$ коэффициентов трения между материалом полосок и наклонной плоскостью. Выведите формулу расчёта $\Delta\mu$ разницы коэффициентов трения.

3. Проведите необходимые измерения. Убедитесь, что они воспроизводимы. Представьте их в удобном для восприятия и обработки виде. Рассчитайте по полученным данным разницу $\Delta\mu$ коэффициентов трения с указанием возможной погрешности.

Указания организаторам. Ориентировочно размеры бруска 10x5x3 см (годится брусок из набора школьного оборудования), центр масс должен практически совпадать с «центром» бруска. Полоски наклеиваются поперёк у краёв двух самых узких и длинных граней коробки. Одинаковые полоски наклеиваются у противоположных углов (рис.)! Их длина равна ширине бруска, а ширина 3 – 5 мм. Две вырезаются из наждачной или шлифовальной бумаги, а две из изоляционной ленты с гладкой поверхностью. Проследите, чтобы клей не попал на лицевую, наждачную поверхность, а брусок соприкасался с наклонной плоскостью только посредством наклеенных полосок. Ширина наклонной плоскости должна быть больше ширины бруска, а длина примерно 30 – 50 см. Для обеспечения однородности поверхности наклонной плоскости на неё можно скотчем прикрепить лист писчей бумаги. Брусок для регулировки угла наклона плоскости должен иметь (ориентировочно) размеры 20x10x5 см. Он должен устойчиво стоять вертикально (поэтому важно выдержать прямые углы). Вместо бруска, поддерживающего наклонную плоскость, можно использовать штатив с лапкой.

Возможное решение

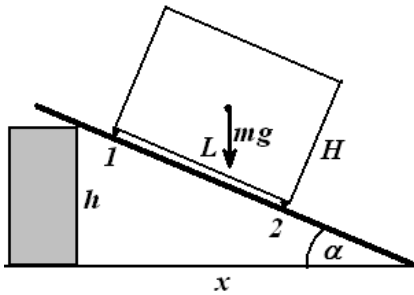
1.а) Для определения угла наклона плоскости ставим брусок на миллиметровую бумагу и измеряем по ней



расстояние x от бруска до вершины угла α , образуемого пластиной с горизонталью, тогда $\operatorname{tg}\alpha = h/x$, где $h = \text{const}$ высота бруска. Поэтому при фиксированной высоте наклон однозначно задаётся значением x .

б) Если выполнить предложенные действия, то обнаружится, что при наждачной полоске у нижнего угла бруска угол наклона плоскости, приводящий к проскальзыванию, заметно больше, чем в случае, когда она сверху.

2. а) Рассмотрим случай начала проскальзывания бруска. Обозначим коэффициенты трения у верхней и нижней полоски μ_1 и μ_2 , продольный и поперечный размеры бруска H и L , массу бруска m и ускорение свободного падения g . (Считаем, что μ_2 относится к наждачной бумаге, а μ_1 к гладкой поверхности изоляционной ленты.)



Введём силы нормального давления N_1 и N_2 в точках 1 и 2 (верхняя и нижняя полоски). В граничном случае силы трения равны $\mu_1 N_1$ и $\mu_2 N_2$. Тогда из равновесия сил по нормали к пластине:

$$N_1 + N_2 = mg \cos \alpha \quad (1);$$

из равновесия вдоль пластины:

$$\mu_1 N_1 + \mu_2 N_2 = mg \sin \alpha \quad (2);$$

из равенства моментов сил относительно центра масс (или средней точки нижней грани):

$$(N_2 - N_1)L/2 = (\mu_1 N_1 + \mu_2 N_2)H/2 = mg \sin \alpha H/2 \quad (3).$$

Отсюда можно найти

$$N_1 = (mg/2)(\cos \alpha - H \sin \alpha / L) \text{ и } N_2 = (mg/2)(\cos \alpha + H \sin \alpha / L). \quad (4)$$

После подстановки этих выражений в уравнение (2) получим соотношение, связывающее коэффициенты трения с критическим углом:

$$(\mu_1 + \mu_2) + (\mu_2 - \mu_1)H \operatorname{tg} \alpha / L = 2 \operatorname{tg} \alpha. \quad (5)$$

При полоске с μ_1 ниже, обозначив критический угол β , получим:

$$(\mu_1 + \mu_2) - (\mu_2 - \mu_1)H \operatorname{tg} \beta / L = 2 \operatorname{tg} \beta. \quad (6)$$

Отсюда находим, что

$$(\mu_1 + \mu_2) = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta \quad (7).$$

А для искомой разности коэффициентов трения имеем:

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) / H(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \quad (8).$$

б) H и L измеряются с помощью миллиметровой бумаги. Тангенсы углов наклона выражаются через h и x (1.а), которые можно измерить с помощью миллиметровой бумаге. Если в рассмотренных выше двух случаях обозначить расстояния от бруска до вершины угла x_1 и x_2 , то $\operatorname{tg} \alpha = h/x_1$, а $\operatorname{tg} \beta = h/x_2$. Для разницы коэффициентов трения получим выражение:

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(x_2 - x_1) / H(x_2 + x_1) \quad (9),$$

в которое h не входит! То есть для нахождения разности коэффициентов трения достаточно определить лишь x_1, x_2 .

<Анализ измеримости, выбор измеряемых величин **1 балл**>

3. а) Измерения L и H достаточно просты и проводятся с ошибкой не больше 0,5 мм. Для H относительная погрешность не больше 2%. Достаточно однократного аккуратного измерения.

б) Измерения расстояния x менее надёжны, ибо, во-первых, трудно уловить момент начала проскальзывания, и во-вторых, брусок может зацепиться за локальный дефект поверхности бумаги, покрывающей наклонную плоскость. Поэтому сначала грубо определяем x с избытком и недостатком, постепенно сужая границы. Влияние локальных дефектов можно устранить, помещая брусок на разные места плоскости, или, слегка

постукивая по ней, проверить, будет брусок безостановочно соскальзывать или затормозится. При таких предосторожностях можно сузить границы до диапазона 1-2 мм, что при $x_2 - x_1$ около 20-30 мм даёт относительную погрешность меньше 10%. При троекратном попадании в этот диапазон можно считать, что воспроизводимость измерений достаточна.

<Указание причин погрешности, способ сужения границ, постукивание, проверка воспроизводимости (троекратное попадание в диапазон 1-2 мм) оценка относительной погрешности в $\mu_2 - \mu_1$.>

3. в)

ТАБЛИЦА ИЗМЕРЕНИЙ

№	Одна сторона		Размеры бруска
	x_1 в мм	x_2 в мм	
1			L в мм
2			
3			H в мм
Ср.			

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(x_2 - x_1)/H(x_1 + x_2).$$

Основной вклад в погрешность определения $\mu_1 - \mu_2$ вносит погрешность $(x_1 - x_2)$, это примерно 10%.

<Таблица измерений или другое чёткое и полное представление измерений. Вычисление искомой разности коэффициентов трения. Попадание в 10% ворота, в случае приведённых данных от 0,45 до 0,51.>

Организаторам целесообразно провести независимые измерения коэффициентов трения μ_2 и μ_1 .

Эти измерения коэффициентов трения наждачной бумаги и изоляционной ленты по отдельности у нас согласовывались лучше, чем 10%.

Примерные критерии оценивания

- | | | |
|------|--|---------|
| 1.а) | Указан способ определения наклона | 1 балл |
| 1.б) | Выполнены измерения и представлены результаты | 2 балла |
| 2.а) | Рассмотрено условие равновесия, выведена формула для $\mu_2 - \mu_1$ | 4 балла |
| 2.б) | Проведён анализ измеримости и выбор измеряемых величин | 2 балла |
| 3.а) | Измерены L и H | 1 балл |
| 3.б) | Указаны причины погрешностей измерений | 3 балла |
| 3.в) | Приведена таблица измерений | 2 балла |

Задание 11.1. Исследование зависимости температуры воды T_v от времени

В задачах на теплообмен обычно предполагается, что количество теплоты, отдаваемое горячим телом в единицу времени прямо пропорционально разности температур между горячим и холодным телом. Следовательно, можно записать следующее выражение:

$$C \Delta T = \alpha(T_v - T_k) \Delta t$$

где C – теплоемкость воды, ΔT – изменение температуры воды за малое время Δt , T_v – температура воды, T_k – температура окружающей среды, α – коэффициент пропорциональности.

Путем графической обработки полученных экспериментальных данных определите величину коэффициента α для 5-6 различных значений температуры воды в стакане, постройте график зависимости α от разности температур ($T_v - T_k$) и сделайте вывод о справедливости предположения, сформулированного выше.

Масса налитой воды $M_v = 150$ г, удельная теплоемкость воды $C_v = 4200$ Дж/(кг*град).

Для наливания определенного количества горячей воды в стакан определите сначала требуемый уровень с помощью мерного стакана и холодной воды, сделайте метку в стакане и попросите организатора налить горячей воды до необходимого уровня. Теплоемкостью алюминиевого стакана в условиях эксперимента можно пренебречь. Температура в помещении определяется электронным термометром и выводится на его дисплей в непрерывном режиме.

Оборудование: алюминиевый стакан с горячей водой, крышка к стакану, мерный стакан, термометр, секундомер, комнатный термометр (общий на аудиторию).

Внимание!!! При работе с горячей водой соблюдать предельную осторожность и проявить максимальное внимание с целью избежать опрокидывания стакана с водой и стараться не разбить термометр!!!

Решение и комментарии:

Пусть количество теплоты, отдаваемое водой и стаканом за время Δt равно Q и при температуре в стакане T_v его содержимое и сам стакан остыли за это время на ΔT градусов. Тогда, согласно условию задачи

$$(C_v M_v + C_c M_c) \Delta T = \alpha (T_v - T_k) \Delta t \quad (1)$$

Обозначим $C_0 = (C_v M_v + C_c M_c)$. При подстановке численных значений из условия задачи получаем $C_0 = 443$ Дж/град.

$$\text{Из (1) } \alpha = (C_0 / (T_v - T_k)) (\Delta T / \Delta t) \quad (2)$$

В выражении (2) $(\Delta T / \Delta t)$ - это производная функции $T_v(t)$. Для ее нахождения по экспериментальным данным необходимо построить график представленной в условии зависимости и определить тангенс угла наклона касательной к этому графику в точке, соответствующей определенному значению T_v . Прделав эту операцию несколько раз (при различных T_v), можно с помощью формулы (1) вычислить α для различных значений T_v , что и требуется в задаче. На рис 1 проиллюстрирована эта процедура, а в таблице 2 представлены результаты вычисления α для 8 значений T_v .

Табл.2

На рис.2 показана полученная зависимость $\alpha(Tв)$. Если считать, что среднее значение $A = 0,25$ Дж/(град. сек), то максимальное

отклонение α от этого значения (при $Tв=77$ град С) составляет 16%. Таким образом, с одной стороны, можно утверждать, что α вплоть до 80 град остается величиной постоянной с точностью до 16-20 %. С другой стороны, в предложенном методе ручной обработки результатов весьма существенную роль играет субъективный фактор (как построить график, как провести касательную зависит от аккуратности исполнителя). Это обстоятельство делает эту задачу особо привлекательной с олимпиадной точки зрения, так как позволяет оценить целый комплекс знаний и умений участников олимпиады.

Для сравнения, на рис .3 представлена зависимость $\alpha(Tв)$ (в условных единицах как по вертикальной, так и по горизонтальной осям), полученная в результате автоматизированной обработки данных, приведенных в условии задачи. На этом рисунке видно, что в данном случае наблюдается существенный рост α в области высоких температур.

№	Tв, град.С	α , Дж/(град. сек)
1	77	0,29
2	65	0,27
3	60	0,26
4	55	0,24
5	50	0,22
6	45	0,22
7	40	0,24
8	36	0,25

Примерные критерии оценивания

- 1. Таблица измерений $T(t)$ – не менее 15 значений **3 балла**
 не менее 10 значений **2 балла**
 менее 10 точек или если измерялось время в зависимости от температуры $t(T)$ **1 балл**
- 2. Грамотно оформленный график $T(t)$ – если он использовался для расчета α (при наличии на нем нескольких касательных) **3 балла**
 если не использовался для расчета α **1 балл**
- 3. Формула для расчета α (или просто расчет по формуле если видны все числа, как они использовались при расчете) **2 балла**
 - 1. Значения α (не менее 5) при разных $Tв$:
 - если получены путем обработки графика (касательные), правильная величина и размерность **4 балла**
 если численным дифференцированием (разность соседних измеренных значений температуры) правильная величина и размерность **2 балла**
 в любом случае, если не правильная величина или размерность (или размерность отсутствует) **1 балл**
- 5. График $\alpha(Tв)$ с учетом погрешности **2 балла**
 без учета погрешности **1 балл**
- 6. Обоснованный вывод **1 балл**

Рисунок 1

Определение α по графику $T_B(t)$

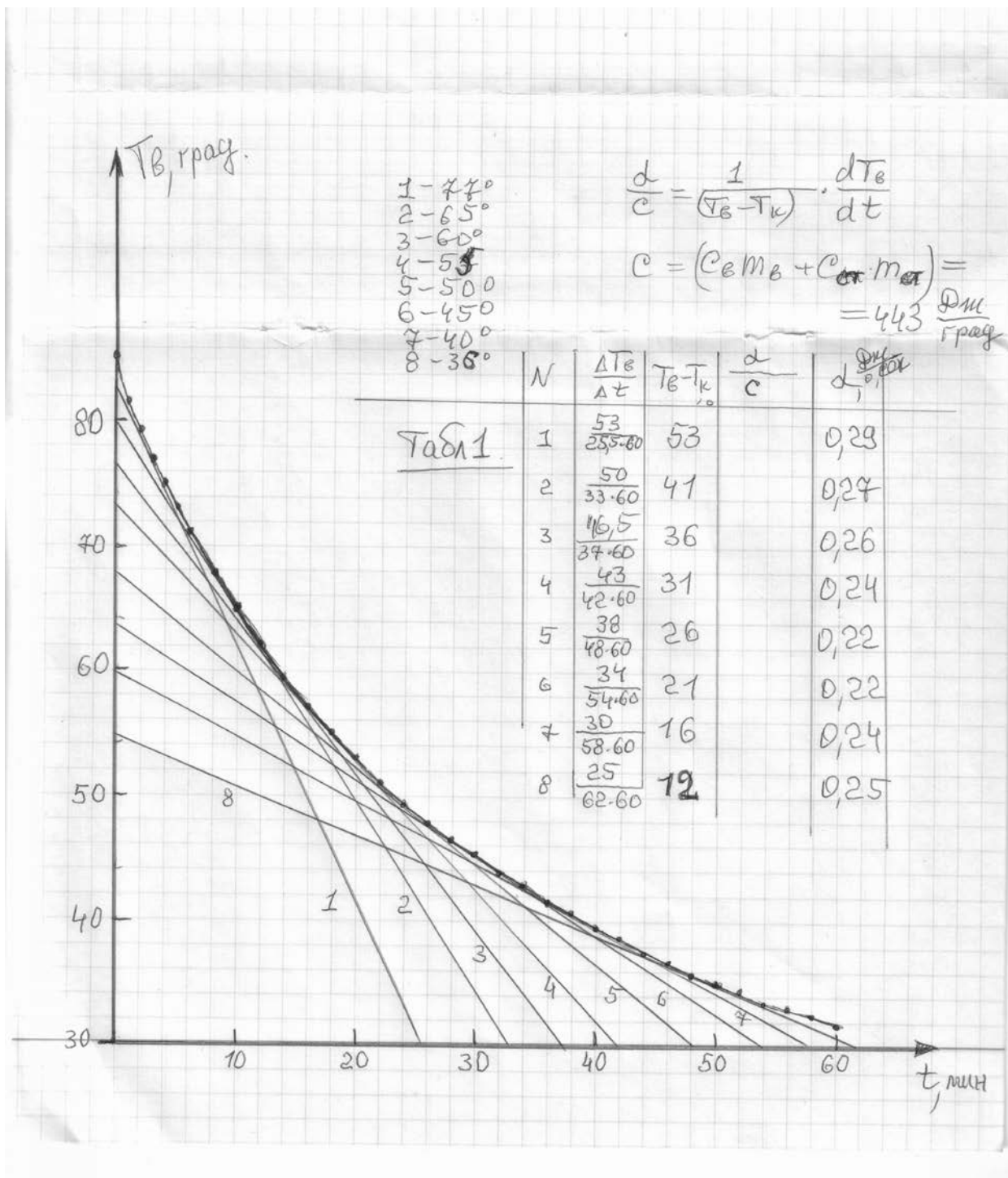


Рисунок 2

Полученная по данным таблицы 1 зависимость $\alpha(T_B)$

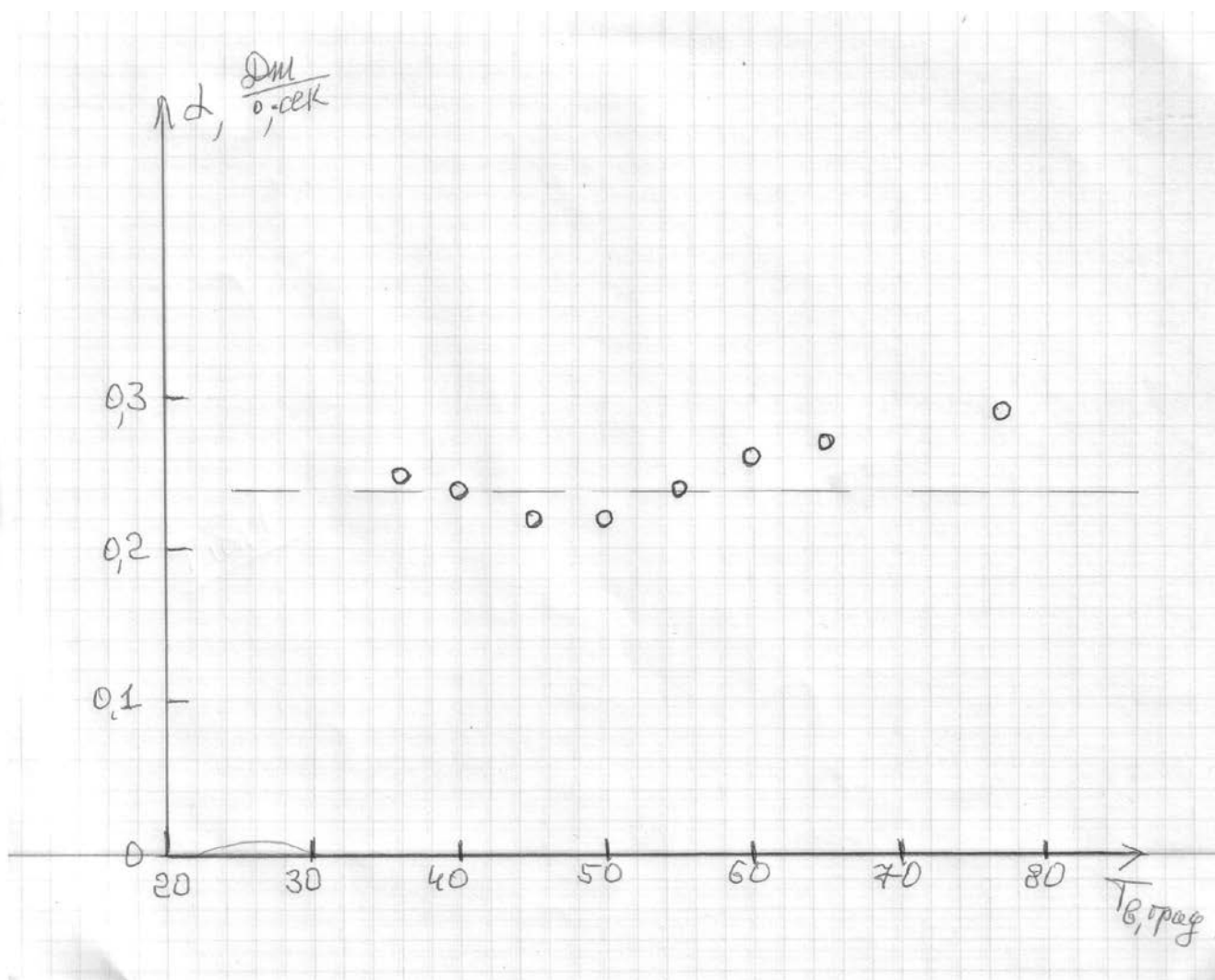


Рисунок 3

Зависимость $\alpha(T_B)$, полученная при обработке данных на компьютере (всё в условных единицах)

