

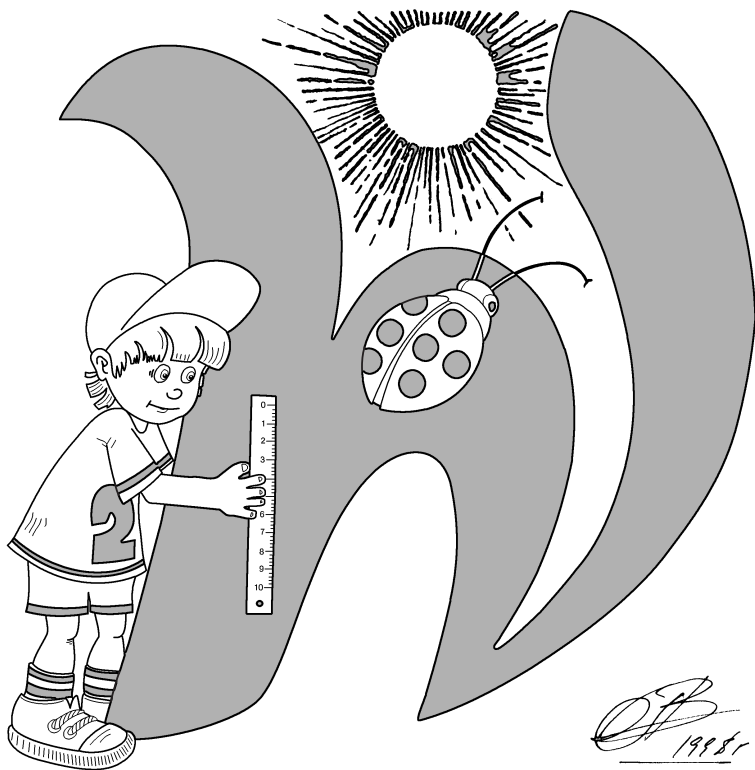
Методическая комиссия по физике  
при центральном оргкомитете  
Всероссийских олимпиад школьников

## Олимпиада Максвелла

### Региональный этап

#### Теоретический тур

#### Методическое пособие



МФТИ, 2013/2014 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике  
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников  
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.  
E-mail: [physolymp@gmail.com](mailto:physolymp@gmail.com)

### Авторы задач

#### 7 класс

1. Плис В.
2. Воронов А.
3. Чивилёв В.
4. Воронов А.

#### 8 класс

1. Варламов С.
2. Замятнин М.
3. Замятнин М.
4. Кармазин С.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Паринов Д., Цыбров Ф.

При подготовке оригинал-макета  
использовалась издательская система L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>.  
© Авторский коллектив  
141700, Московская область, г. Долгопрудный  
Московский физико-технический институт

**Задача 1. Противостояние Марса**

В момент противостояния Солнце, Земля и Марс находятся на одной прямой (Земля между Солнцем и Марсом). Продолжительность земного года  $T = 365$  суток, марсианского — в  $k = 1,88$  раза больше. Считая, что планеты обращаются вокруг Солнца по круговым орбитам с общим центром, лежащим в одной плоскости, найдите минимальный промежуток времени  $\tau$ , между двумя последовательными противостояниями. Планеты движутся в одну сторону.

**Задача 2. На метеорологической станции**

На метеорологической станции проводят измерения плотности снега в воздухе при помощи осадкомера. Осадкомер представляет собой цилиндрический сосуд с площадью дна  $200 \text{ см}^2$  и высотой  $40 \text{ см}$ , куда собираются осадки. Во время измерений снежинки падали вертикально вниз со скоростью  $v = 0,6 \text{ м/с}$ . За шесть часов уровень снега в осадкомере достиг  $h = 15 \text{ см}$ , а плотность снега в сосуде составила  $\rho_0 = 0,15 \text{ г/см}^3$ . Определите, чему равна плотность снега  $\rho$  в воздухе во время снегопада, то есть масса снега, находящегося в одном кубическом метре воздуха.

**Задача 3. Рыбак**

Рыбак на лодке с мотором снялся с якоря, при этом случайно обронил в воду весло, и затем поплыл вверх против течения. Через 5 минут, проплыв вдоль берега  $1200 \text{ м}$ , он обнаружил пропажу весла, развернул лодку и поплыл обратно. Когда он догнал его, то заметил, что весло снесло вниз по течению на  $600 \text{ м}$ . Считайте, что скорость течения реки и скорость лодки относительно воды постоянны.

1. Через какое время  $t_0$ , после обнаружения пропажи весла, рыбак подплыл к нему?
2. Какова скорость  $v_p$  течения реки?
3. Какова скорость  $v_0$  моторной лодки в стоячей воде?

**Задача 4. Шарик с гелием**

Шарик накачали гелием. Масса газа составляет 20% от массы всего шарика. Через день, когда часть гелия просочилась через стенки, объём шарика уменьшился в 2 раза, а масса гелия стала составлять 10% от массы всего шарика. Определите, во сколько раз изменилась средняя плотность воздушного шарика.

**Задача 1. На прогулке**

Экспериментатор Глюк и теоретик Баг по утрам гуляют в парке. Вместе с Глюком на прогулку вышел и его пес Шарик. Баг, не торопясь, бежит трусцой по прямой дорожке навстречу Глюку со скоростью  $v_B$ , а Глюк идет с Шариком навстречу Багу со скоростью  $v_G$ . Когда Глюк увидел Бага, расстояние между ними было равно  $L$ . Он тут же отпустил Шарика, и тот со всех ног со скоростью  $v_0 = 3(v_G + v_B)$  бросился бежать к товарищу своего хозяина. Шарик, добежав до Бага, некоторое время идет рядом с ним, а затем бросается к своему хозяину. Добежав до него и пройдясь немного рядом с Глюком, он снова бежит к Багу, и так несколько раз. За время сближения приятелей Шарик провел возле каждого из них одинаковое время. Общая длина пути, который успел пройти и пробежать пес, равна  $2L$ . Сколько времени Шарик бегал со скоростью  $v_0$ , если друзья встретились через 1 минуту 40 секунд? До самой встречи скорости приятелей не изменялись.

**Задача 2. Плавание наоборот**

В герметичном сосуде сверху находится жидкость с плотностью  $\rho_0 = 800 \text{ кг/м}^3$ , отделенная легким подвижным поршнем от газа (рис. 1), находящегося внизу и имеющего давление  $p = 20 \text{ кПа}$ . В поршне есть круглое отверстие, в которое вставлен цилиндрический поплавок. Причем в жидкость поплавок погружен на некоторую длину  $h$ , а в газ на длину  $3h$ . Площадь основания поплавка  $S$ . Поплавок может свободно скользить относительно поршня, а поршень относительно стенок сосуда. Жидкость нигде не подтекает. Какой должна быть плотность поплавка  $\rho$ , чтобы система могла оставаться в равновесии? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

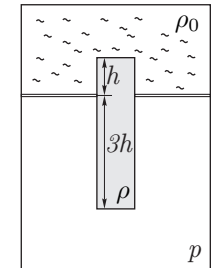


Рис. 1

**Задача 3. Разные мощности**

На рычаге массой  $3m$  висят две льдинки (рис. 2). Точка опоры делит рычаг в соотношении 1:2. К короткому плечу рычага подвешена льдинка массой  $4m$ .

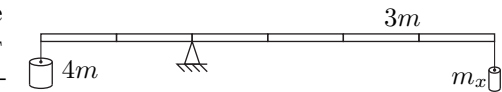


Рис. 2

1. Какую массу должна иметь льдинка, подвешенная к длинному плечу, чтобы система находилась в равновесии?
2. Льдинки одновременно начали нагревать. Во сколько раз должны отличаться мощности подводимого к льдинкам тепла, чтобы равновесие сохранилось? Льдинки находятся при температуре плавления.

**Задача 4. Две детали**

Теплоизолированный сосуд был до краев наполнен водой при температуре  $t_0 = 19^\circ\text{C}$ . В середину этого сосуда быстро, но аккуратно опустили деталь, изготовленную из металла плотностью  $\rho_1 = 2700 \text{ кг/м}^3$ , нагретую до температуры  $t_d = 99^\circ\text{C}$ , и закрыли крышкой. После установления теплового равновесия температура воды в сосуде стала равна  $t_x = 32,2^\circ\text{C}$ . Затем в этот же сосуд, наполненный до краев водой при температуре  $t_0 = 19^\circ\text{C}$ , вновь быстро, но аккуратно опустили две такие же детали, нагретые до той же температуры  $t_d = 99^\circ\text{C}$ , и закрыли крышкой. В этом случае после установления в сосуде теплового равновесия температура воды равна  $t_y = 48,8^\circ\text{C}$ . Чему равна удельная теплоемкость  $c_1$  металла, из которого изготовлены детали? Плотность воды  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Удельная теплоемкость воды  $c_0 = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ .

**Возможные решения  
7 класс**

**Задача 1. Противостояние Марса**

Два последовательных противостояния наступают через промежуток времени  $\tau$ , за который Земля обгонит Марс на полный оборот, то есть на  $360^\circ$ . За это время Земля повернётся на угол

$$\varphi_З = \frac{360^\circ}{T} \cdot \tau,$$

а Марс на угол

$$\varphi_М = \frac{360^\circ}{kT} \cdot \tau.$$

Условие противостояния:

$$360^\circ = \varphi_З - \varphi_М = \frac{360^\circ}{T} \cdot \tau - \frac{360^\circ}{kT} \cdot \tau.$$

Отсюда

$$\tau = T \cdot \frac{k}{k-1} = 365 \cdot \frac{1,88}{1,88-1} \approx 780 \text{ суток.}$$

*Примерные критерии оценивания*

Описано условие двух последовательных противостояний .....	2
Найден угол поворота Земли .....	2
Найден угол поворота Марса .....	2
Получен ответ .....	4

**Задача 2. На метеорологической станции**

Масса снега в сосуде

$$m = \rho_0 Sh = 0,15 \text{ г/см}^3 \cdot 200 \text{ см}^2 \cdot 15 \text{ см} = 450 \text{ г.}$$

Найдём, какой объём занимает снег такой массы в воздухе. Так как снег падал вертикально вниз с постоянной скоростью, то его объём в воздухе

$$V = SH = Svt = 200 \text{ см}^2 \cdot 60 \text{ см/с} \cdot 6 \cdot 3600 \text{ с} = 259200000 \text{ см}^3 = 259,2 \text{ м}^3.$$

Плотность снега в воздухе

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0 h}{vt} \approx 1,736 \text{ г/м}^3.$$

Заметим, что ответ не зависит от площади  $S$ .

*Примерные критерии оценивания*

Найдена масса снега в сосуде .....	3
------------------------------------	---

Найден объём, занимаемый снегом такой массы в воздухе.....	5
Найдена плотность снега в воздухе .....	2

**Задача 3. Рыбак**

- Рассмотрим движение лодки относительно воды в реке. Так как весло относительно воды в реке неподвижно, то лодка удалялась от весла и приближалась к нему одно и то же время. Следовательно, рыбак достал весло из воды через  $t_0 = 5$  минут после обнаружения пропажи.
- Весло находилось в воде  $(5+5)$  минут = 10 минут = 600 с. Скорость течения реки

$$v_p = \frac{600 \text{ м}}{600 \text{ с}} = 1 \text{ м/с.}$$

- Вверх против течения реки рыбак плыл со скоростью  $v_{\text{верх}} = \frac{1200 \text{ м}}{300 \text{ с}} = 4 \text{ м/с}$ . Отсюда найдем скорость лодки в стоячей воде:

$$v_0 = v_{\text{верх}} + v_p = (4 + 1) \text{ м/с} = 5 \text{ м/с.}$$

*Примерные критерии оценивания*

Указание на то, что рыбак в обе стороны плыл одно и то же время.....	1
Ответ на первый вопрос с обоснованием .....	3
Ответ на второй вопрос .....	3
Ответ на третий вопрос .....	3

**Задача 4. Шарик с гелием**

Пусть  $m$  — масса оболочки шарика,  $m_1$  — масса гелия в первом случае. Масса шарика складывается из массы гелия и оболочки, поэтому

$$m_1 = 0,2 \cdot (m_1 + m).$$

Отсюда найдём соотношение между массой гелия  $m_1$  и массой оболочки  $m$  шарика в первом случае:

$$m_1 = m/4.$$

Аналогично, во втором случае:

$$m_2 = 0,1 \cdot (m_2 + m).$$

$$m_2 = m/9.$$

Отношение плотностей выражается через отношение масс и отношений объёмов:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m + m_2}{m + m_1} \cdot \frac{V_1}{V_2}.$$

Подставляя в это выражение массы, выраженные через массу оболочки, получаем ответ:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m + m/9}{m + m/4} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{10}{9} \cdot \frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{16}{9} \approx 1,78.$$

*Примерные критерии оценивания*

Найдено, как связана масса гелия и масса шарика вначале.....	3
Найдено, как связана масса гелия и масса шарика после изменения .....	3
Указано, как связано отношение плотностей с отношением масс и объёмов .	1
Получен ответ .....	3

8 класс

**Задача 1. На прогулке**

Глюк и Баг встретились через время

$$T = L / (v_{\Gamma} + v_{\text{Б}}). \quad (1)$$

Пусть  $\tau$  – время, которое Шарик провел, находясь рядом с каждым из друзей. Тогда вместе с Глюком и Багом он прошел часть пути, равную

$$L_1 = \tau(v_{\Gamma} + v_{\text{Б}}). \quad (2)$$

Все остальное время  $t = T - 2\tau$  Шарик бегал со скоростью  $v_0$ . За это время он пробежал расстояние:

$$L_2 = (T - 2\tau) \cdot 3(v_{\Gamma} + v_{\text{Б}}). \quad (3)$$

По условию, Шарик пробежал путь  $L_1 + L_2 = 2L$ . Отсюда следует:

$$\tau(v_{\Gamma} + v_{\text{Б}}) + (T - 2\tau) \cdot 3(v_{\Gamma} + v_{\text{Б}}) = 2T(v_{\Gamma} + v_{\text{Б}}). \quad (4)$$

Тогда  $\tau = 0,2T$ . Шарик бегал  $T - 2\tau = 0,6T = 60$  с.

*Примерные критерии оценивания*

Найдена связь между между $T$ и $L$ (1) .....	2
Найдена связь между между $\tau$ и $L_1$ (2) .....	2
Найдена связь между между $t$ и $L_2$ (3) .....	2
Записано выражение, связывающее разные времена (например, $\tau = 0,2T$ ) ..	3
Получен численный ответ .....	1

**Задача 2. Плавание наоборот**

Из условия равновесия легкого поршня следует, что давление непосредственно над поршнем равно  $p$ . Тогда давление у верхнего торца поплавка

$$p_1 = p - \rho_0 g h.$$

Из условия равновесия поплавка

$$p_1 S + mg = pS,$$

получаем выражение

$$(p - \rho_0 g h)S + \rho \cdot 4hSg = pS,$$

из которого получаем ответ:

$$\rho = \rho_1 / 4 = 200 \text{ кг/м}^3.$$

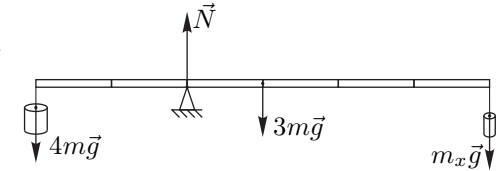
*Примечание.* Положение равновесия, рассматриваемое в задаче — неустойчиво.

*Примерные критерии оценивания*

Записано условие равновесия поршня .....	1
Найдено давление наверху поплавка .....	2
Записано условие равновесия поплавка .....	4
Найдена плотность поплавка .....	2
Получен численный ответ .....	1

**Задача 3. Разные мощности**

1. Расставим силы, действующие на рычаг (рис. 3) и воспользуемся правилом моментов относительно точки опоры:



$$4mg \cdot 2L = 3mgL + m_x g \cdot 4L,$$

Рис. 3

отсюда  $m_x = 5m/4$ .

2. Так как льдинки уже при температуре плавления, вся теплота сразу идет на плавление. Пусть за некоторое время  $\Delta t$  масса левой льдинки уменьшилась на  $\Delta m$ , а правой — на  $\Delta m_x$ . Тогда по правилу моментов:

$$(4m - \Delta m)g \cdot 2L = 3mgL + (m_x - \Delta m_x)g \cdot 4L.$$

Если вычесть из первого уравнения второе, получим  $\Delta m = 2\Delta m_x$ . Изменение массы льдинки пропорционально подведённому количеству теплоты, которое пропорционально мощности нагрева. Следовательно, мощность нагрева левой льдинки должна быть в 2 раза больше.

*Примерные критерии оценивания*

Записано правило моментов исходной системы .....	3
Получен ответ для массы правой льдинки .....	1
Найдена связь между изменениями масс льдинок $2\Delta m = \Delta m_x$ .....	3
Приведено доказательство пропорциональности растаявшей массы и мощности .....	2
Получен ответ для отношения мощностей .....	1

**Задача 4. Две детали**

Пусть объем сосуда равен  $V_0$ , а объем детали, соответственно,  $V_1$ .

Запишем уравнения теплового баланса для первого и для второго случаев:

$$c_1 \rho_1 V_1 (t_d - t_x) = c_0 \rho_0 (V_0 - V_1) (t_x - t_0), \quad (5)$$

$$c_1 \rho_1 \cdot 2V_1 (t_d - t_y) = c_0 \rho_0 (V_0 - 2V_1) (t_y - t_0). \quad (6)$$

Преобразуем эти выражения:

$$c_1 \rho_1 V_1 \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} + c_0 \rho_0 V_1 = c_0 V_0 \rho_0,$$

$$c_1 \rho_1 (2V_1) \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} + c_0 \rho_0 (2V_1) = c_0 V_0 \rho_0.$$

Из равенства правых частей уравнений следует равенство левых частей, на объём  $V_1$  можно сократить:

$$c_1 \rho_1 \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} + c_0 \rho_0 = 2c_1 \rho_1 \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} + 2c_0 \rho_0,$$

откуда

$$c_1 = c_0 \frac{\rho_0}{\rho_1} \frac{1}{\left( \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} - 2 \frac{t_d - t_y}{t_y - t_0} \right)} = 919,642 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}) \approx 920 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}).$$

*Примерные критерии оценивания*

Записано уравнение теплового баланса (5) .....	3
Записано уравнение теплового баланса (6) .....	3
Получено выражение для теплоёмкости $c_1$ .....	3
Приведён числовой ответ .....	1