

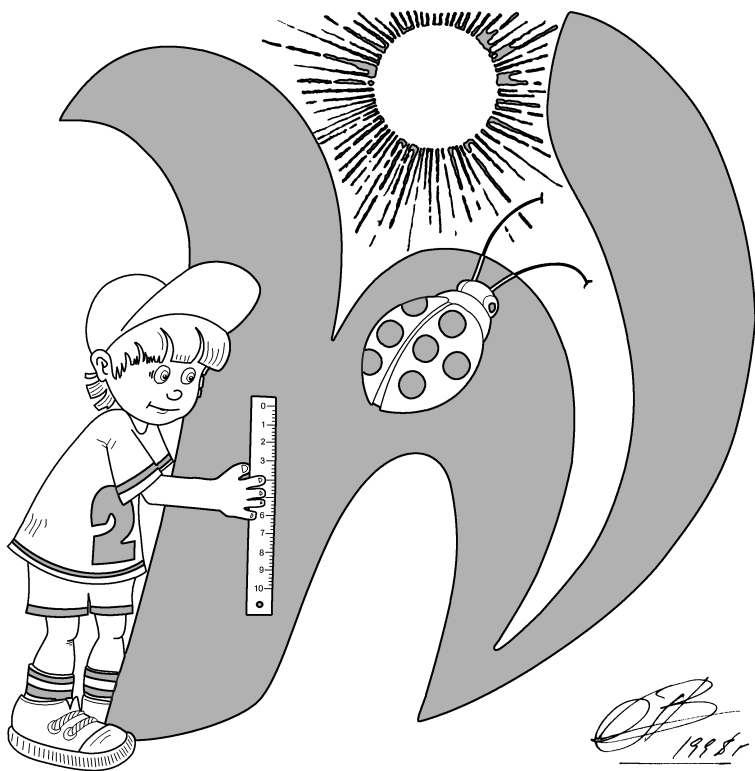
Методическая комиссия по физике  
при центральном оргкомитете  
Всероссийских олимпиад школьников

## Олимпиада Максвелла

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 2012/2013 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике  
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников  
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.  
E-mail: [physolymp@gmail.com](mailto:physolymp@gmail.com)

### Авторы задач

#### 7 класс

1. Фольклор
2. Слободсков И.
3. Слободянин В.
4. Замятнин М.

#### 8 класс

1. Замятнин М.
2. Фольклор
3. Колесов Ю.
4. Воронов А.

Общая редакция — Кбзел С., Слободянин В.

При подготовке оригинал-макета  
использовалась издательская система L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>.  
© Авторский коллектив  
Подписано в печать 20 января 2013 г. в 21:44.

141700, Московская область, г. Долгопрудный  
Московский физико-технический институт

**Задача 1. Транспорт**

В 1960 году XI Генеральная конференция по мерам и весам приняла резолюцию об установлении Международной системы единиц (СИ). В качестве единицы измерения плоского угла был введён радиан (сокращённо рад). Развёрнутый угол (в  $180^\circ$ ) в СИ приближенно равен  $\approx 3,14159$  радиан. В целях удобства это число условились обозначать  $\pi$ .

С помощью транспортира (рис. 1) определите величину плоского угла  $\alpha$  и выразите результат через внесистемную единицу - градус.

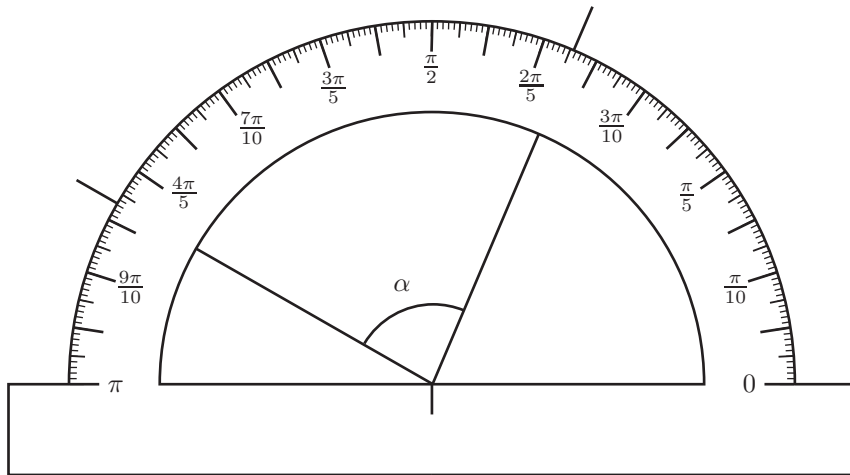


Рис. 1

**Задача 2. Котёнок и мышь**

В комнате сидит котенок. Мышь выскакивает из одной норки в стене и бежит по прямой со скоростью  $u_M$  к другой норке, расстояние до которой  $S_M = 3,2$  м. Маленький котенок заметил мышь в тот момент, когда она выскочила из норки, и пустился за ней в погоню. В каждый момент времени он бежал в направлении на мышь (рис. 2) с постоянной скоростью  $u_K$ ,

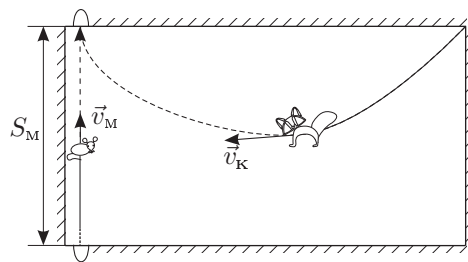


Рис. 2

в полтора раза большей скорости мыши. Котёнок и мышь одновременно достигли норки. На сколько метров путь  $S_K$ , пройденный котёнком, больше, чем путь мыши?

**Задача 3. Экспериментатор и эскалатор**

В гипермаркете экспериментатор Глюк развлекался, бегая по эскалатору. Первый раз он бежал с постоянной скоростью  $v$  и насчитал  $N_1$  ступенек. Затем по соседнему эскалатору он вернулся к месту старта и вновь побежал в ту же сторону, что и в первый раз. Теперь он бежал медленнее (устал) и насчитал  $N_2$  ступенек ( $N_2 > N_1$ ). В какую сторону бежал Глюк — по ходу эскалатора, или против хода?

Скорость бегущего Глюка всегда больше скорости эскалатора.

**Задача 4. Чёрный рынок**

В одной стране геолог нашел чёрный метеорит с вкраплениями золота. Плотность чёрного метеоритного вещества оказалась  $\rho_ч = 5000$  кг/м<sup>3</sup>. Плотность золота  $\rho_з = 19800$  кг/м<sup>3</sup>. Масса всего метеорита  $m = 2$  кг, а его средняя плотность  $\rho = 6000$  кг/м<sup>3</sup>. На чёрном рынке геологу за чёрный метеорит с ходу предложили 6000\$, и геолог согласился на сделку. Во сколько раз (и в какую сторону) эта сумма отличается от реальной стоимости золота, содержащегося в этом метеорите? В то время тройская унция золота стоила 1700\$, а одна тройская унция равна 31,1 грамма.

8 класс

**Задача 1. Качество дорог растёт!**

Автомобиль ехал из деревни в город. Со временем качество дороги улучшалось. График зависимости пройденного пути  $L$  от скорости  $v$  приведен на рисунке 3. Определите среднюю скорость  $v_{\text{ср}}$  автомобиля за всё время движения, если  $v_0 = 22$  км/ч.

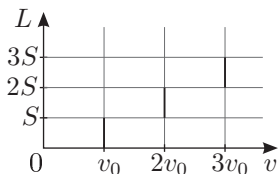


Рис. 3

**Задача 2. Стакан**

На дне сосуда квадратного сечения (ширина внутренней стороны сосуда  $a = 6$  см, высота  $H = 20$  см) стоит узкий, длинный тонкостенный стакан квадратного сечения с толстым дном (длина внешней стороны  $b = 4$  см, высота  $c = 10$  см) (рис. 4). Масса стакана  $M = 100$  г. В пространство между стенками цилиндра и стакана тонкой струйкой начинают наливать воду. Её расход  $\mu = 2,0$  г/с. Изобразите на графике, как зависит высота  $h$  уровня воды в сосуде от времени  $t$ . Плотность воды  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Дно сосуда шероховатое, поэтому вода может подтекать под стакан, однако объём подтекающей под стакан воды пренебрежимо мал.

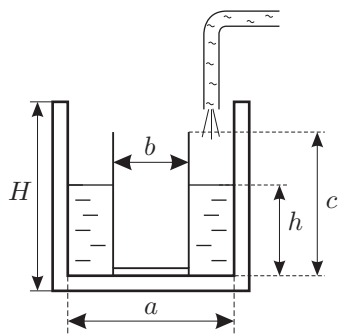


Рис. 4

**Задача 3. Ледяные бруски**

Четыре одинаковых ледяных бруска длиной  $L$  сложены так, как показано на рисунке (рис. 5). Каким может быть максимальное расстояние  $d$ , при условии, что все бруски расположены горизонтально?

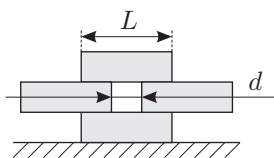


Рис. 5

Считайте, что бруски гладкие (между ними нет трения), и что сила тяжести приложена к центру соответствующего бруска.

**Задача 4. Нить и кусок льда**

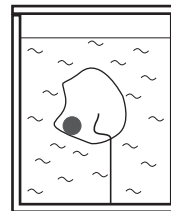


Рис. 6

В большом сосуде с водой находится кусок льда с замороженными в него маленьким стальным шариком и тонкой лёгкой невесомой нитью (рис. 6). Кусок погружен в воду полностью и прикреплен с помощью конца нити ко дну сосуда. В сосуде находится нагреватель постоянной мощности. Вся система теплоизолирована и в начальный момент времени находится в тепловом равновесии. На графике (рис. 7) представлена зависимость силы натяжения нити  $T$  от времени  $t$  с момента включения нагревателя. Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900$  кг/м<sup>3</sup>, плотность стали  $\rho_{\text{с}} = 7800$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплота плавления  $\lambda = 334$  кДж/кг,  $g = 10$  Н/кг.

Найдите:

1. мощность нагревателя  $N$ ,
2. массу льда  $m_0$  в куске в начале эксперимента,
3. изменение  $\Delta V$  объёма системы (вода + кусок льда с шариком) за время от начала эксперимента до момента, когда сила  $T$  натяжения нити обратится в ноль.

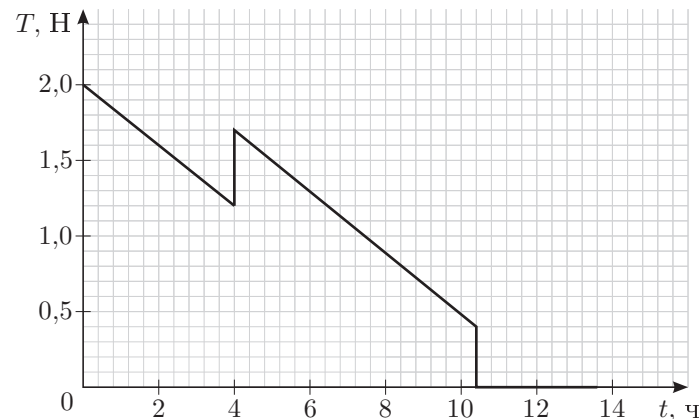


Рис. 7

## Возможные решения

7 класс

### Задача 1. Транспорт

Искомый угол  $\alpha = \varphi_1 - \varphi_2$  (рис. 8), где

$$\varphi_1 = 16 \frac{\pi}{20} + 6,5 \frac{\pi}{200},$$

$$\varphi_2 = 7 \frac{\pi}{20} + 4,5 \frac{\pi}{200}.$$

Отсюда

$$\alpha = 9 \frac{\pi}{20} + 2 \frac{\pi}{200} = \frac{\pi}{20} (9 + 0,2) = 0,46 \cdot \pi = 1,445 \text{ рад},$$

или

$$\alpha = 82,8^\circ \approx 83^\circ.$$

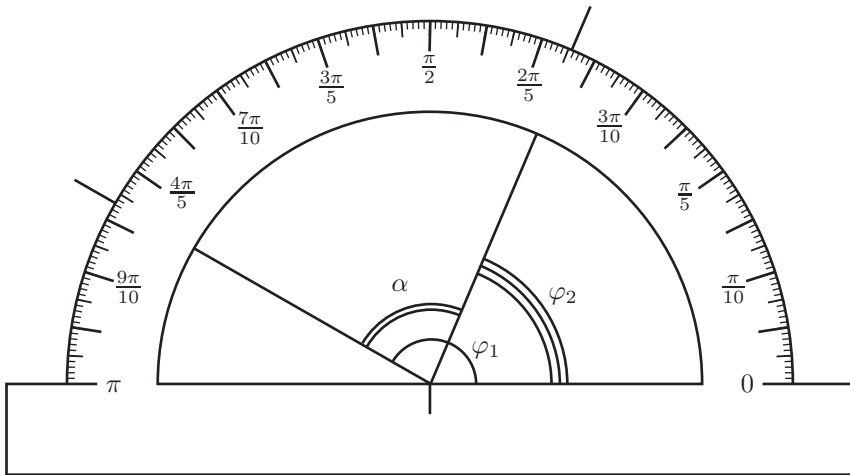


Рис. 8

#### Критерии оценивания

Измерен в радианах угол $\varphi_1$ .....	2
Измерен в радианах угол $\varphi_2$ .....	2
Вычислен в радианах угол $\alpha$ .....	3
Выполнен переход от радианной меры угла к градусной .....	3

### Задача 2. Котёнок и мышь

Время движения кота и мыши одинаково:

$$t = S_M / v_M.$$

Путь, пройденный котёнком, больше, чем путь мыши на

$$\Delta S = S_K - S_M = v_K \cdot t - S_M = \left( \frac{v_K}{v_M} - 1 \right) S_M = 1,6 \text{ м}.$$

#### Критерии оценивания

Найдено время $t$ движения кота и мыши .....	2
Указано, что путь котенка $S_K = v_K t$ .....	4
Получено выражение для $\Delta S$ .....	2
Получен числовой ответ .....	2

### Задача 3. Экспериментатор и эскалатор

#### а) Аналитическое

Пусть  $v_1$  — собственная скорость Глюка в первом забеге,  $v_2$  — во втором забеге ( $v_2 < v_1$ ),  $L$  — длина эскалатора,  $u$  — скорость движения ступеней эскалатора.

4. Предположим, что Глюк бежит по ходу движения эскалатора. Тогда время его движения  $t_1 = L / (v_1 + u)$ . Количество ступеней  $N_1$  пропорционально пройденному пути  $S_1$  относительно ступеней эскалатора. В первом забеге:

$$N_1 \sim S_1 = v_1 t_1 = L \frac{v_1}{u + v_1} = L \frac{1}{1 + u/v_1}. \quad (1)$$

То же равенство верно и тогда, когда Глюк устал:

$$N_2 \sim S_2 = v_2 t_2 = L \frac{v_2}{u + v_2} = L \frac{1}{1 + u/v_2}. \quad (2)$$

Из условия  $S_2 > S_1$  и выражений (1), (2) получаем  $v_1 < v_2$ , что противоречит условию задачи, то есть наше предположение неверно.

5. Предположим обратное, движение осуществлялось против хода эскалатора. Тогда вместо выражений (1) и (2) получим:

$$S_1 = v_1 t_1 = L \frac{v_1}{v_1 - u} = L \frac{1}{1 - u/v_1},$$

$$S_2 = v_2 t_2 = L \frac{v_2}{v_2 - u} = L \frac{1}{1 - u/v_2},$$

соответственно. В этом случае противоречия не возникает, поэтому верно второе предположение: Глюк бежал против хода эскалатора.

**б) Логическое**

1. Допустим, Глюк бежал очень быстро. Тогда он насчитает  $N_2$  ступенек, количество которых чуть меньше общего числа ступенек между стартом и финишем на неподвижном эскалаторе. Если он будет бежать медленно (со скоростью эскалатора), то насчитает вдвое меньше ступенек. Этот вариант противоречит условию.

2. Допустим, Глюк бежал против хода эскалатора. Во втором забеге его скорость может быть лишь чуть больше скорости эскалатора. Тогда относительно стен здания гипермаркета его скорость мала, и он будет долго идти по эскалатору и насчитает много ступенек ( $N_2 \gg N_1$ ), что удовлетворяет условию задачи.

*Критерии оценивания*

- Показано, что при движении по ходу эскалатора  $N_2 < N_1$  .....4
- Показано, что при движении против хода эскалатора  $N_2 > N_1$  .....4
- Сделан вывод о направлении движения Глюка ..... 2

**Задача 4. Чёрный рынок**

В предположении равенства объема метеорита сумме объемов компонент, получим:

$$\frac{m}{\rho} = \frac{m_3}{\rho_3} + \frac{m - m_3}{\rho_4},$$

откуда масса золота в метеорите

$$m_3 = m \frac{\rho_3(\rho - \rho_4)}{\rho(\rho_3 - \rho_4)} = 446 \text{ г} = 14,34 \text{ тр. унции.}$$

В денежном эквиваленте это 24380\$, что примерно в 4 раза больше той цены, на которую согласился геолог.

*Критерии оценивания*

- Показано, чему равен объём метеорита ..... 1
- Показано, как найти объём золота ..... 1
- Показано, как найти объём метеоритного вещества ..... 1
- Получено выражение для массы золота ..... 2
- Найдена масса золота ..... 2
- Найдена реальная стоимость золота из метеорита ..... 3

**8 класс**

**Задача 1. Качество дорог растёт!**

Полный путь, пройденный автомобилем, равен  $3S$ .

Время движения на первом участке составляет

$$t_1 = S/v_0,$$

на втором участке —

$$t_2 = S/(2v_0),$$

на третьем участке —

$$t_3 = S/(3v_0).$$

Общее время движения автомобиля

$$T = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{S}{v_0} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{11 S}{6 v_0}.$$

Тогда находим среднюю скорость  $v_{cp}$  как

$$v_{cp} = \frac{3S}{T} = \frac{18}{11}v_0 = 36 \text{ км/ч.}$$

*Критерии оценивания*

- Найдено время  $t_1$  на первом участке пути ..... 1
- Найдено время  $t_2$  на втором участке пути ..... 1
- Найдено время  $t_3$  на третьем участке пути ..... 1
- Найдено общее время движения автомобиля ..... 2
- Указано, что  $v_{cp} = \frac{3S}{T}$  ..... 1
- Получено выражение для средней скорости ..... 2
- Дан числовой ответ ..... 2

**Задача 2. Стакан**

Объём воды, ежесекундно поступающей в цилиндр,

$$V_1 = \frac{\mu}{\rho} = 2,0 \text{ см}^3/\text{с}.$$

Площадь поверхности воды между стенками цилиндра и стакана

$$S_1 = a^2 - b^2 = 20 \text{ см}^2.$$

Начальная скорость подъёма уровня воды в цилиндре

$$v_1 = \frac{V_1}{S_1} = \frac{\mu}{\rho(a^2 - b^2)} = 0,1 \text{ см/с}.$$

Вода будет подниматься со скоростью  $v_1$  до тех пор, пока не достигнет уровня воды  $h_1$ , соответствующего началу всплытия стакана. Стакан начнёт всплывать, если уровень воды  $h_1$  будет меньше высоты стакана  $c$ . Высоту  $h_1$  найдем из закона Архимеда:

$$h_1 = \frac{Mg}{\rho b^2 g} = 6,25 \text{ см}, \quad h_1 < c, \quad \text{стакан всплывёт}.$$

Время подъёма воды до уровня  $h_1$  равно

$$t_1 = \frac{h_1}{v_1} = 62,5 \text{ с}.$$

После того, как стакан начнёт всплывать, скорость подъёма воды уменьшится до значения

$$v_2 = \frac{V_1}{a^2} \approx 0,56 \text{ мм/с}.$$

При достижении уровня воды до высоты  $H = 20$  см скорость подъёма станет равной  $v_3 = 0$ . Это произойдёт за  $\Delta t = \frac{H - h_1}{v_2} \approx 246$  с. Через время  $t_2 = \Delta t + t_1 = 308$  с вода перестанет подниматься (начнёт переливаться через край).

Изобразим полученную зависимость на графике (рис. 9).

*Критерии оценивания*

Найден объём $V_1$ воды, поступающей за единицу времени.....	1
Найдена площадь $S_1$ между стенками .....	1
Найдена начальная скорость $v_1$ .....	1

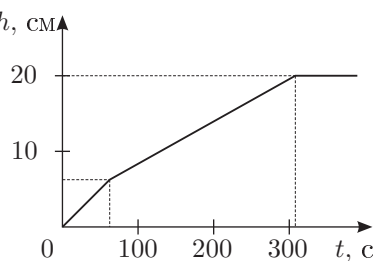


Рис. 9

Указано, что стакан будет всплывать .....	1
Найдена высота $h_1$ .....	2
Найдено время $t_1$ .....	1
Найдена скорость $v_2$ .....	1
Найдено время $t_2$ .....	1
Построен график .....	1

**Задача 3. Ледяные бруски**

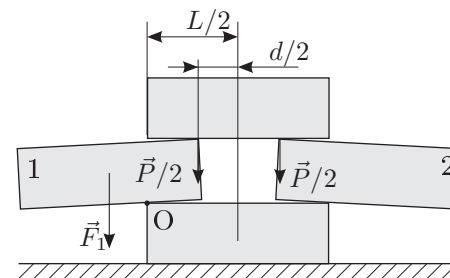


Рис. 10

Система, состоящая из четырех брусков, будет находиться в равновесии, при условии, что сумма моментов внешних сил, действующих на бруски (1) и (2), равна нулю (рис. 10). Запишем правило моментов сил, действующих на брусок (1), относительно точки О. Чтобы яснее представлять место приложения сил, изобразим средние бруски слегка наклонёнными (это

положение они займут, если их раздвинуть на расстояние чуть большее, чем  $d$ ). Сила тяжести  $F_1 = mg$  приложена к центру бруска. Поскольку он сдвинут влево на расстояние  $d/2$ , то и плечо силы тяжести равно  $d/2$ . Вес  $P = mg$  верхнего бруска приложен к верхним рёбрам брусков (1) и (2) и, следовательно, распределён между ними поровну (к каждому ребру приложена сила  $P/2$ ). Плечо этой силы относительно точки О равно  $(\frac{L}{2} - \frac{d}{2})$ . Согласно правилу моментов:

$$mg \cdot \frac{d}{2} = \frac{mg}{2} \cdot \left( \frac{L}{2} - \frac{d}{2} \right).$$

Отсюда выражаем  $d$ :

$$d = \frac{L}{3}.$$

*Критерии оценивания*

Указано, что для решения задачи необходимо воспользоваться правилом моментов и указан полюс (например полюс О) .....	2
Найден вес, действующий со стороны верхнего бруска на выступающий брусок 1 .....	1
Найдено плечо этой силы .....	2
Найдено плечо силы тяжести, действующей на выступающий брусок .....	2
Записано уравнение моментов .....	2
Приведён ответ для $d$ .....	1

**Задача 4. Нить и кусок льда**

1. На первом этапе (от  $t_0 = 0$  ч до  $t_1 = 4$  ч) второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось записывается следующим образом:

$$(m_{\text{ш}} + m_{\text{л}})g + T = F_A = \rho_{\text{в}}(V_{\text{л}} + V_{\text{с}})g,$$

откуда,

$$T = \left( \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) m_{\text{л}} + \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}} - 1 \right) m_{\text{ш}} \right) g, \quad (3)$$

где  $m_{\text{л}}$  и  $m_{\text{ш}}$  — массы льда и шарика соответственно в данный момент времени. Значит, коэффициент наклона первого участка графика

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) g \frac{\Delta m_{\text{л}}}{\Delta t}.$$

Мощность нагревателя расходуется на таяние льда:

$$N = \lambda \left| \frac{\Delta m_{\text{л}}}{\Delta t} \right| = \frac{\lambda}{g} \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} \left| \frac{\Delta T}{\Delta t} \right| = 16,7 \text{ Вт}.$$

2. В момент времени  $t_1 = 4$  ч происходит скачок силы натяжения нити, из-за выпадения шарика из кусочка льда. Величина скачка  $\Delta T_2 = 0,5$  Н равна весу шарика, то есть  $\Delta T_2 = ((\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{в}})/\rho_{\text{с}})m_{\text{ш}}g$ . Откуда масса шарика  $m_{\text{ш}} = \frac{\rho_{\text{с}}}{\rho_{\text{с}} - \rho_{\text{в}}} \frac{\Delta T_2}{g}$ . Подставив полученное значение в формулу (3), можно выразить  $m_0$ :

$$m_0 = \frac{T_0 + \Delta T_2}{g} \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}} = 2,25 \text{ кг}.$$

3. В момент, когда сила натяжения нити  $T$  обратится в ноль, ещё не весь лёд растаял (он отделится от нити). Найдем массу  $m_1$  нерастаявшего льда:

$$T_1 = m_1 \left( \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1 \right) g = 0,4 \text{ Н},$$

$$m_1 = \frac{\rho_{\text{л}} T_1}{g(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})} = 0,36 \text{ кг}.$$

Объём изменится за счёт таяния льда массой  $m_0 - m_1 = 1,89$  кг:

$$\Delta V = \frac{m_0 - m_1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{m_0 - m_1}{\rho_{\text{в}}} = 210 \text{ мл}.$$

*Критерии оценивания*

Установлена связь изменения натяжения нити $\Delta T$ с массой растаявшего льда .....	2
Найдена мощность $N$ нагревателя .....	2
Найдена масса стального шарика $m_{\text{ш}}$ .....	2
Найдена начальная масса льда $m_0$ .....	2
Найдено изменение объёма системы $\Delta V$ .....	2