

## Темная материя

Фриц Цвики первым указал на существование темной материи. Он пришел к этому выводу, анализируя динамику скопления галактик Комы. Скопление (кластер) содержит около тысячи галактик. С помощью теоремы о вириале Цвики оценил полную массу скопления. Для систем, подобных Солнечной системе, в которых планеты вращаются по круговым орбитам вокруг Солнца, теорема о вириале утверждает, что кинетическая энергия планет определяется потенциальной энергией гравитационного взаимодействия. В общем случае для системы взаимодействующих частиц, теорема о вириале связывает усредненную по времени полную кинетическую энергию системы и усредненную по времени полную потенциальную энергию системы.

Исследуя скорости галактик на периферии Кома-кластера, Цвики пришел к выводу, что полная масса кластера превышает массу входящих в него галактик, наблюдаемых визуально. Чтобы объяснить величины скоростей галактик на периферии кластера, недостаточно учесть гравитационное взаимодействие только с наблюдаемой материей (т.е. видимыми галактиками). Это означало, что в кластере содержится еще какая-то невидимая материя. Если учесть гравитационное взаимодействие с ней, то можно объяснить БОЛЬШИЕ значения наблюдаемых скоростей. Эта невидимая материя и есть "темная материя". В дальнейшем будем считать, что масса каждой галактики равна сумме масс видимой материи и темной материи этой галактики. Оба вида материи движутся совместно. Считайте, что темная материя взаимодействует с видимой только гравитационно.

### А. Скопление галактик

Пусть кластер (скопление) состоит из большого числа  $N$  галактик и темной материи, распределенных однородно внутри сферы радиуса  $R$ . Полная масса кластера (т.е. и входящих галактик, и темной материи) –  $M$ , а средняя масса галактики (состоящей из видимой и темной материи) –  $m$ .

<b>A.1</b>	Пусть материя распределена в кластере однородно. Найдите полную гравитационную энергию кластера. Ответ выразите через $M$ и $R$ .	<b>1.0</b>
------------	---	------------

Т.к. Вселенная расширяется, объекты удаляются от наблюдателя на Земле. Они удаляются со скоростью, которая зависит от расстояния между наблюдателем и объектом. Как правило, регистрируют излучение линии атома водорода. Частота этой линии от источника, находящегося на Земле, равна  $f_0$ . Пусть для каждой  $i$ -той удаляющейся галактики на Земле регистрируется сигнал частотой  $f_i$ , где  $i = 1, \dots, N$ .

<b>A.2</b>	Определите среднюю скорость скопления галактик $V_{cr}$ , которое удаляется от Земли. Выразите ответ через $f_i$ ( $i = 1, \dots, N$ ), $f_0$ и $N$ . Примечание: Скорости галактик много меньше скорости света $c$ .	<b>0.5</b>
------------	--	------------

<b>A.3</b>	<p>Предположим, что скорости галактик относительно центра кластера изотропны (т.е. все направления равноправны). Найдите среднеквадратичную скорость <math>v_{rms}</math> галактик относительно центра их скопления. Выразите ответ через <math>N, f_i</math> (<math>i = 1, \dots, N</math>) и <math>f_0</math>. Определите среднюю кинетическую энергию одной галактики относительно центра кластера. Выразите ответ через <math>v_{rms}</math> и <math>m</math>.</p>	<b>1.5</b>
------------	--	------------

Чтобы определить полную массу скопления галактик, можно использовать теорему о вириале. Согласно ей, для консервативной системы частиц,

$$\langle K \rangle_t = -\gamma \langle U \rangle_t$$

где  $\langle K \rangle_t$  – полная кинетическая энергия, усредненная по времени,  $\langle U \rangle_t$  – полная потенциальная энергия, усредненная по времени, а  $\gamma$  – константа.

Этот результат можно получить, если предположить, что в системе взаимодействующих частиц значения координаты и импульса каждой частицы конечны, а следовательно конечна и следующая величина

$$\Gamma = \sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i$$

<b>A.4</b>	<p>Усреднение величины <math>d\Gamma/dt</math> по достаточно большому периоду времени равно нулю, т.е. <math>\langle \frac{d\Gamma}{dt} \rangle_t = 0</math>. Определите <math>\gamma</math> в выражении для теоремы о вириале для случая гравитационного взаимодействия. Указание: Попробуйте решить задачу, просуммировав в <math>\Gamma</math> параметры для небольшого конечного числа галактик.</p>	<b>1.7</b>
<b>A.5</b>	<p>Используя предыдущие результаты, найдите полную массу темной материи в кластере. Выразите ответ через <math>N, m_g, R</math> и <math>v_{rms}</math>, где <math>m_g</math> – средняя масса видимой материи одной галактики. Считайте что среднеквадратичная скорость темной материи совпадает со среднеквадратичной скоростью галактик в кластере.</p>	<b>0.5</b>

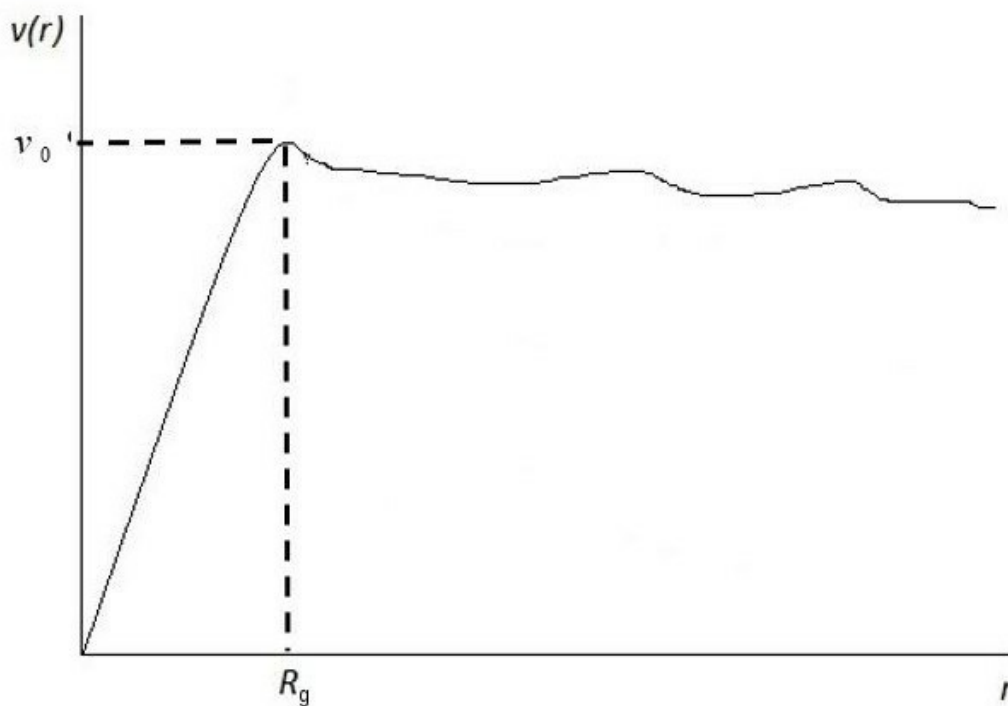
## В. Темная материя в галактике

Темная материя есть как внутри галактик, так и вокруг них. Рассмотрим сферическую галактику видимого радиуса  $R_g$  (это приблизительное расстояние, где еще можно наблюдать достаточно большое число звезд, при этом, небольшое число звезд могут находиться на расстояниях БОЛЬШИХ

$R_g$ ). Звезды в галактиках можно считать точечными частицами со средней массой  $m_s$ . Звезды в галактике распределены однородно. Число звезд в единице объема равно  $n$ . Будем считать, что звезды движутся по круговым орбитам.

<b>B.1</b>	<p>Пусть галактика состоит только из звезд. Найдите скорость звезды <math>v(r)</math> в зависимости от расстояния от звезды до центра галактики. Изобразите графически зависимость <math>v(r)</math> для <math>r &lt; R_g</math> и <math>r \geq R_g</math>.</p>	<b>0.8</b>
------------	---	------------

На существование темной материи также указывает наблюдаемая зависимость скорости звезд от расстояния  $r$  (рисунок 1). Для простоты будем считать, что зависимость  $v(r)$  линейна при  $r \leq R_g$  и постоянна и равна  $v_0$  при  $r > R_g$ .



**Рис. 1.** Наблюдаемая зависимость скорости  $v(r)$  звезд от расстояния  $r$ .

<b>B.2</b>	<p>Найдите полную массу <math>m_R</math> той части галактики, которая находится внутри сферы радиуса <math>R_g</math>. Выразите ответ через <math>v_0</math> и <math>R_g</math>.</p>	<b>0.5</b>
------------	--	------------

Различие между зависимостью на рисунке 1 и графиком, полученным в пункте B.1 указывает на существование темной материи.

<b>B.3</b>	Определите, как зависит плотность темной материи от расстояния $r$ . Найдите эту зависимость для $r < R_g$ и $r \geq R_g$ . Выразите ответы через $r, R_g, v_0, n$ и $m_s$ .	<b>1.5</b>
------------	---	------------

### С. Межзвездный газ и темная материя

Рассмотрим галактику, в которой присутствуют межзвездный газ и темная материя (массой звезд можно пренебречь). Пусть межзвездный газ состоит из одинаковых частиц массы  $m_p$ . Концентрация частиц  $n(r)$  и температура  $T(r)$  газа зависят от расстояния  $r$  до центра галактики. Будем считать, что газ находится в гидростатическом равновесии: его давление связано с гравитационным притяжением галактики.

<b>C.1</b>	Найдите градиент давления газа $dP/dr$ . Выразите ответ через $m'(r), r$ и $n(r)$ , где $m'(r)$ – полная масса газа и темной материи, находящихся внутри сферы радиуса $r$ от центра галактики.	<b>0.5</b>
<b>C.2</b>	Найдите $m'(r)$ . Выразите ответ через $n(r), T(r)$ и их производные по $r$ . Считайте межзвездный газ идеальным.	<b>0.5</b>

Для простоты предположим, что температура газа постоянна, везде одинакова, и равна  $T_0$ , а концентрация частиц определяется соотношением

$$n(r) = \frac{\alpha}{r(\beta + r)^2}$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – некоторые постоянные.

<b>C.3</b>	Определите, как зависит плотность темной материи в галактике от $r$ .	<b>1.0</b>
------------	---	------------

## Вулканы, землетрясения и цунами

В Индонезии часто происходят стихийные бедствия: извержения вулканов, землетрясения и цунами.

### А. Извержение вулкана Мерапи



**Рис. 1.** Облако вулканического пепла во время извержения вулкана Мерапи

Вулкан Мерапи в Джокьякарте — один из самых активных вулканов на острове Ява. Пирокластический поток — это разогретая смесь газов и горных пород, выбрасываемых вулканом. При извержении вулкана Мерапи, 26 октября 2010 года в 10:02 утра, пепел выбрасывался на высоту до 12 км (рисунок 1), а разливы пирокластических потоков привели к эвакуации более 20,000 человек.

---

Рассмотрим причины извержения Мерапи в 2010 году. Известно, что попадание воды в магму играет важную роль во взрывообразном характере вулканических выбросов. Вулкан — это система, состоящая из воды и частиц магмы. Границы этой системы — это жерло вулкана и окружающая атмосфера. Полагают, что взрывообразные извержения происходят в два этапа:

1. очень быстрое, почти мгновенное взаимодействие магмы и воды
2. расширение системы.

На первом этапе магма массой  $m_m$  при температуре  $T_m$  смешивается с водой массой  $m_w$  при температуре  $T_w$ . Термодинамическое равновесие воды и магмы устанавливается практически мгновенно. Их взаимодействие можно рассматривать как процесс с практически неизменными объемами обоих компонент. Теплотами на парообразование воды и затвердевание магмы можно пренебречь.

A.1	Выразите конечную температуру смеси воды и магмы в конце первого этапа. Удельные теплоемкости воды $cV_w$ и магмы $cV_m$ .	0.5
A.2	Найдите равновесное значение давления смеси в конце первого этапа извержения. Получившуюся смесь воды и магмы можно считать идеальным газом. Молярный объем получившейся смеси равен $v_e$ .	0.3

Расширение системы (второй этап) может происходить по одному из нескольких путей, один из которых термическая детонация. Хотя подобный процесс очень сложен для описания, эмпирически возможно рассчитать скорость выбрасываемой смеси. Скорость газа во время извержения  $v_g$  зависит от его давления  $p$ , массы  $m$  и объема смеси  $V$  в канале вулкана.

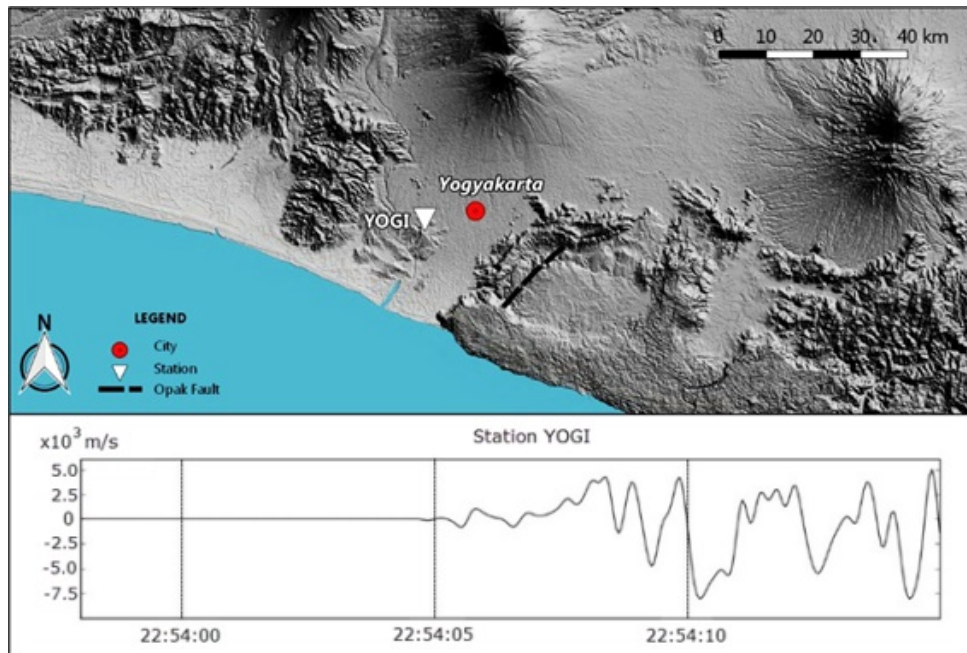
A.3	Выразите скорость газа во время извержения $v_g$ через $p$ , $m$ , $V$ с точностью до безразмерного постоянного множителя $k$ .	0.5
-----	---	-----

В действительности давление имеет порядок около 100 МПа. Это приводит к тому, что скорость извержения может быть сравнимой со скоростью пули.

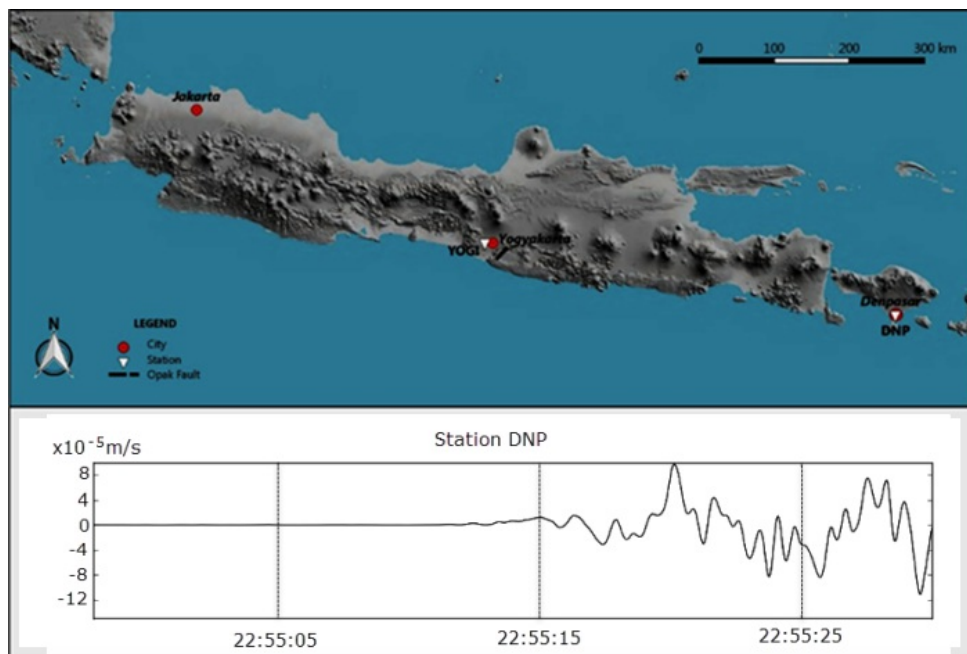
## В. Землетрясение в Джокьякарте

Землетрясение в Джокьякарте в 2006 году с магнитудой  $M_w = 6.4$ , произошло в 05:54:00.00 по местному времени или в 22:54:00.00 по UTC (универсальному международному времени). Землетрясение было вызвано внезапным смещением части сегмента Опак (рисунок 2). Гипоцентр (очаг землетрясения) находился на 15 км под поверхностью Земли.

Сейсмическая волна, которая распространяется по земной коре, может быть записана с помощью сейсмометра. Сейсмограммы представляют собой графики зависимости вертикальной скорости грунта от времени. На рисунке 2 показана сейсмограмма, зарегистрированная на станции Gamping Yogyakarta (YOGI), а на рисунке 3 – в Денпасаре (DNP). Сейсмическая волна состоит из трех типов волн: продольная (первичная,  $P$ -волна); поперечная (вторичная,  $S$ -волна); и поверхностная волна.  $P$ -волны и  $S$ -волны распространяются внутри Земли, в то время как поверхностная волна движется по поверхности Земли. Сейсмические волны, которые распространяются в толще Земли к сейсмическим станциям, можно разделить на те, которые распространяются по прямой; те, которые отражаются от границы слоев; и те, которые преломляются и частично проникают в следующий слой. У продольной (первичной) волны наибольшая скорость, в то время как поверхностная волна имеет самую низкую скорость, около 60% от скорости  $P$ -волны.



**Рис. 2.** Расположение станции YOGI и ее сейсмограмма.



**Рис. 3.** Расположение станции DNP и ее сейсмограмма.

Эпицентр — это проекция очага землетрясения на поверхность Земли. Расстояния между эпицентром и станциями YOGI и DNP составляют 22,5 км и 500 км, соответственно. Толщина земной коры на Яве составляет 30 км. Под слоем земной коры находится слой мантии Земли. Сейсмические волны также подчиняются закону Снеллиуса, как и другие. Сейсмические волны могут отражаться от слоя мантии. В этой задаче кривизной Земли можно пренебречь.

<b>B.1</b>	На рисунке 2 показана сейсмограмма, зарегистрированная на станции YOGI. Вычислите скорость $P$ -волны в земной коре, используя эту сейсмограмму.	<b>0.5</b>
------------	--	------------

<b>B.2</b>	Вычислите времена распространения прямой и отраженной $P$ -волн от очага землетрясения до станции DNP в Денпасаре.	<b>0.6</b>
------------	--	------------

Будем считать, что Земля состоит всего из двух слоев: земной коры и мантии. Первичные волны распространяются в коре и в мантии с разными скоростями. Скорость в мантии выше, чем скорость в коре.  $P$ -волна преломляется так, что угол преломления в мантии равен  $90^\circ$ . Эта волна частично преломляется обратно в кору. Это преломление может происходить на всем пути движения вдоль границы кора-мантия.

<b>B.3</b>	Найдите скорость $P$ -волны в мантии.	<b>1.2</b>
------------	---------------------------------------	------------

Для более точного описания структуры земной коры ее можно разделить на ряд тонких слоев. Скорость сейсмической волны  $v$  зависит от глубины  $z$  по закону  $v(z) = v_0 + az$ , где  $a$  — постоянная. В дальнейшем считайте, что очаг землетрясения находится на поверхности Земли. В этой модели луч волны загибается.

<b>B.4</b>	Определим параметр $p$ следующим образом: $p = (\sin \theta(z)/v(z))$ , где $\theta(z)$ — угол между нормалью к поверхности и лучом на глубине $z$ . В точке, где находится станция, у пришедшей волны этот параметр оказался равен $p$ . Найдите расстояние от станции до очага землетрясения через $p$ , $v_0$ и $a$ . Считайте, что очаг находится на поверхности Земли.	<b>1.4</b>
------------	---	------------



<b>B.5</b>	Выразите время распространения волны $T$ от очага землетрясения до произвольной сейсмической станции в виде интеграла по $z$ .	<b>1.0</b>
------------	--	------------

Пусть Земля состоит из стопки однородных слоев. Скорости распространения волн внутри этих слоев равны  $v_i$ , толщины этих слоев  $\delta z_i$ .

<b>B.6</b>	Используя результаты предыдущего пункта, оцените время распространения волны $T(p)$ от очага до станции DNP в Денпасаре. Считайте, что земная кора состоит из трех слоев ( $i = 1, 2, 3$ ), с параметрами $v_1 = 6.65$ км/с, $v_2 = 6.97$ км/с, $v_3 = 6.99$ км/с, $p = 0.143$ с/км, $\delta z_1 = 6.0$ км, $\delta z_2 = 9.0$ км, $\delta z_3 = 15$ км.	<b>1.0</b>
------------	---	------------

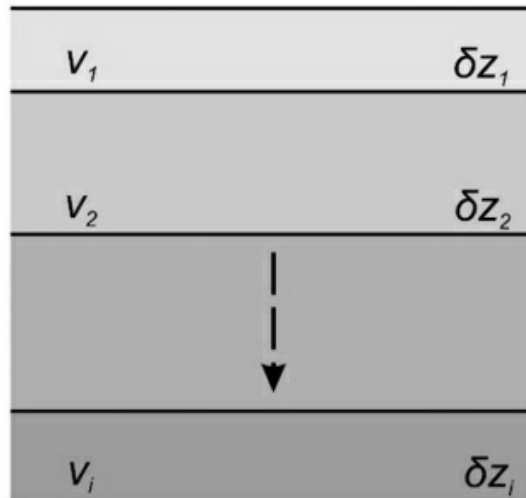


Рис. 4. Упрощенная модель слоев коры Земли.

### С. Цунами на Яве

Цунами и землетрясение Пангандаран произошло 17 июля 2006 года в 15:19:27 на побережье острова Явы. Во время землетрясения происходит смещение поверхности дна океана. Оно приводит к возникновению огромной волны, называемой цунами. Цунами — это волна на мелководье, которая при возникновении имеет малую амплитуду и чрезвычайно большую длину волны. Рассмотрим простую модель смещения поверхности дна океана (рисунок 5).

Предположим, что энергия землетрясения переходит в потенциальную энергию только той части океанической воды, которая приподнята над уровнем океана. В простой модели можно считать, что над уровнем океана образуется параллелепипед с площадью сечения  $\lambda L/2$  (где  $L \gg \lambda$ ) и высотой  $h$ .

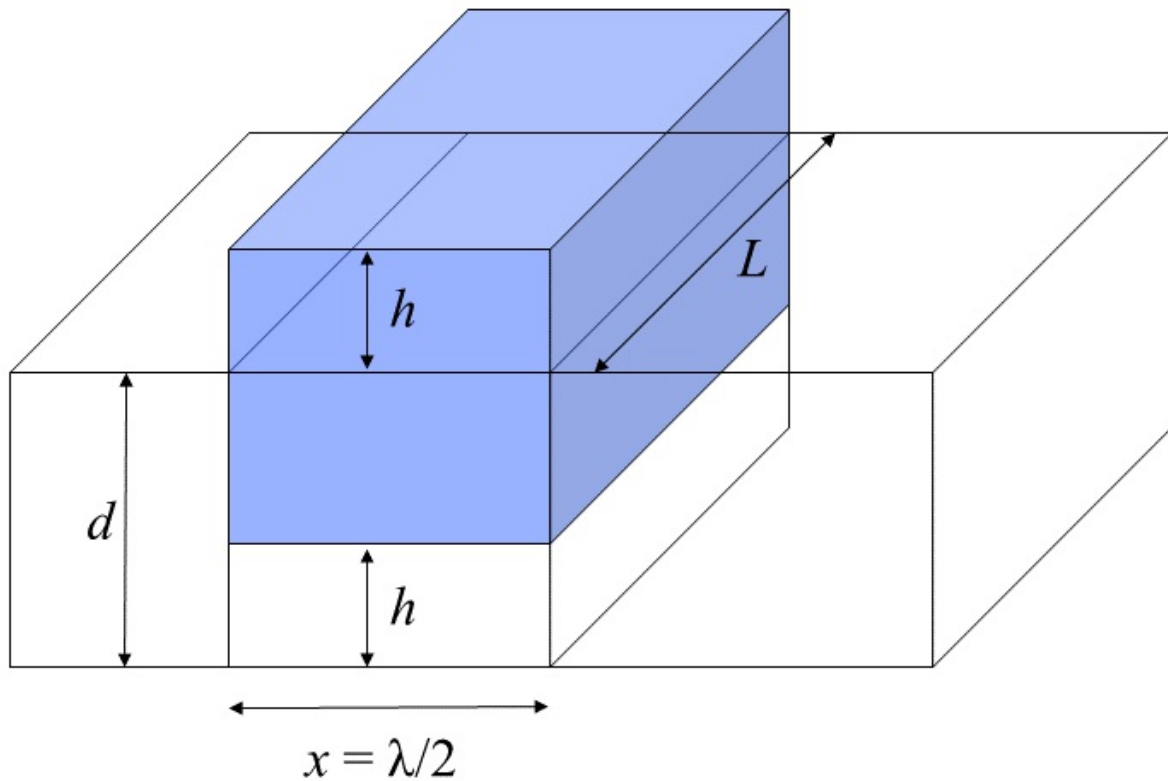


Рис. 5. Иллюстрация волны цунами. Глубина океана –  $d$ .

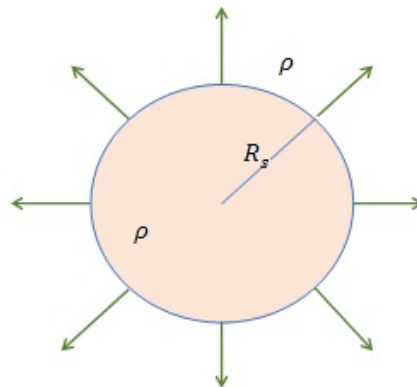
С.1	Определите потенциальную энергию воды, запасенную в образовавшемся над уровнем океана параллелепипеде. Плотность воды $\rho$ .	0.5
С.2	Найдите скорость распространения волны цунами с точностью до безразмерного множителя.	1.2
С.3	Используя энергетический подход, определите амплитуду волны цунами как функцию глубины океана. Считайте, что глубина меняется медленно. Известно, что для глубины $d_0$ амплитуда равна $A_0$ .	1.3

## Расширение Вселенной

Если наблюдать с Земли за движением галактик, то регистрируемая длина волны их излучения будет отличаться от той длины волны, на которой галактики излучают. Это объясняется эффектом Доплера. Из общих соображений можно ожидать, что для одних галактик сдвиг регистрируемой длины волны будет положителен (красное смещение), а для других отрицателен (синее смещение). Однако наблюдения показывают, что для всех галактик (кроме ближайших) характерно красное смещение. То же самое должно получиться, если провести наблюдения из другой точки Вселенной. Из этого следует, что Вселенная расширяется.

На масштабах превышающих 100 Мпк (мегапарсек, 1 парсек = 3.26 световых лет) можно пренебречь локальными неоднородностями Вселенной. В этом случае распределение галактик становится все более изотропным (независящим от направления) и однородным (независящим от координаты). Поэтому можно считать, что плотность Вселенной равна  $\rho$ .

### А. Расширение Вселенной



Рассмотрим шар, который находится в шарообразном пространстве гораздо большего объема, и расширяется. Распределение плотности в маленьком шаре однородно и равно плотности в пространстве. Пусть в некоторый момент времени радиус рассматриваемого шара равен  $R_s$ . Чтобы задать зависимость радиуса от времени  $R(t)$ , введем безразмерный масштабный параметр  $a(t)$ , так, что  $R(t) = a(t)R_s$ .

Для этой модели можно получить уравнения Фридмана. Первое уравнение получится, если для точечной массы рассчитать скорость на поверхности шара, используя закон всемирного тяготения.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = A_1 \rho(t) - \frac{kc^2}{R_s^2 a^2(t)}$$

где  $k$  – безразмерная постоянная,  $c$  – скорость света.

<b>A.1</b>	Найдите постоянную $A_1$ в первом уравнении Фридмана.	<b>1.3</b>
------------	---	------------

Приведенные выше рассуждения сделаны для нерелятивистского случая. Но их можно распространить и на релятивистскую систему, приняв  $\rho(t)c^2$  как плотность полной энергии (не включая гравитационную потенциальную энергию). Если в такой релятивистской системе записать первое начало термодинамики для адиабатической системы, можно получить второе уравнение Фридмана:

$$\dot{\rho} + A_2 \left( \rho + \left( \frac{p}{c^2} \right) \right) \frac{\dot{a}}{a} = 0$$

где  $p$  – давление на поверхности шара.

<b>A.2</b>	Найдите постоянную $A_2$ во втором уравнении Фридмана.	<b>0.9</b>
------------	--	------------

Для решения уравнений Фридмана предположим, что зависимость давления от плотности  $p = p(\rho)$  записывается следующим образом:  $p(t)/c^2 = w\rho(t)$ , где  $w$  – постоянная. Величина  $H = \dot{a}/a$  называется постоянной Хаббла. Значения параметров в настоящий момент времени обозначаются индексом 0:  $t_0$ ,  $\epsilon_0$ ,  $H_0$ ,  $a_0$  и так далее. Для простоты примем  $a_0 = 1$ .

Считается, что Вселенная образовалась в результате Большого Взрыва, при котором образовались релятивистские частицы. В процессе расширения Вселенная охлаждается, и частицы в ней становятся нерелятивистскими. Однако, недавние наблюдения показывают, что современная Вселенная характеризуется постоянной плотностью энергии. По мере расширения Вселенной у фотонов длина волны растет пропорционально масштабному параметру.

<b>A.3</b>	Для каждого из трех случаев определите значение $w$ (i) для Вселенной, в которой присутствует только излучение (т.е. энергия фотонов), (ii) для Вселенной, в которой присутствует только материя (нерелятивистское вещество), (iii) для Вселенной в модели с постоянной плотностью энергии.	<b>1.2</b>
------------	--	------------

<b>A.4</b>	Приняв $k = 0$ , найдите $a(t)$ для всех случаев (i), (ii) и (iii) из пункта А.3. Начальные условия: для случаев (i) и (ii) $a(t = 0) = 0$ , для случая (iii) $a_0 = 1$ .	<b>1.2</b>
------------	--	------------

Постоянная  $k$  в первом уравнении Фридмана характеризует тип пространственной геометрии Вселенной. Она может принимать значения:

- $k = +1$  для Вселенной положительной кривизны (замкнутой, конечной),
- $k = 0$  для плоской Вселенной (открытой, бесконечной),
- $k = -1$  для Вселенной отрицательной кривизны (открытой, бесконечной).

Введем относительную плотность  $\Omega = \rho/\rho_c$ , где  $\rho_c c^2 = H^2/A_1$  и называется *критической плотностью энергии*.  $A_1$  берется из пункта А.1.

<b>A.5</b>	Выразите $k$ из первого уравнения Фридмана через переменные $\Omega, H, a, R_0$ и константы.	<b>0.1</b>
<b>A.6</b>	Укажите, каким диапазонам значений $\Omega$ соответствуют значения $k = +1, k = 0, k = -1$ .	<b>0.3</b>

## В. Фаза инфляции

Наблюдения реликтового излучения предсказывают, что наша Вселенная практически плоская. Однако, если это так, то начальное состояние Вселенной тоже должно было быть плоским. Иначе любое случайное отклонение приведет к тому, что Вселенная не будет плоской.

<b>В.1</b>	Найдите $(\Omega(t) - 1)$ как функцию времени для стадии доминирования излучения или для стадии доминирования материи (см. пункт А.3).	<b>0.5</b>
------------	--	------------

В самом начале Вселенная должна была находиться в фазе постоянной плотности энергии. В этой фазе расширение происходит экспоненциально, и называется фазой инфляции.

<b>В.2</b>	Найдите $(\Omega(t) - 1)$ как функцию времени для этой фазы постоянной плотности энергии. Считайте, что $(\Omega(t) - 1) \ll 1$ .	<b>0.3</b>
------------	---	------------

<b>B.3</b>	С помощью формул покажите, что из условия фазы инфляции следуют нижеперечисленные утверждения: давление отрицательно, расширение происходит с положительным ускорением ( $\ddot{a} > 0$ ), и радиус Хаббла ( $\frac{1}{aH}$ ) уменьшается ( $d(aH)^{-1}/dt < 0$ ).	<b>0.9</b>
------------	---	------------

Введем параметр  $\epsilon = -\dot{H}/H^2$ .

<b>B.4</b>	Покажите, что условие уменьшения радиуса Хаббла может быть выражено через параметр $\epsilon$ как $\epsilon < 1$ .	<b>0.2</b>
------------	--	------------

Отметим, что фаза инфляции продолжается пока  $\epsilon < 1$ , и завершается, когда  $\epsilon = 1$ .

Можно ввести такой параметр  $N$ , что  $dN = d \ln a = H dt$ . Этот параметр соответствует скорости экспоненциального расширения. Когда фаза инфляции завершилась,  $N = 0$ .

### С. Расширение из-за однородно распределенной материи

Можно привести пример простой системы, в которой может возникнуть фаза инфляции. Например, это Вселенная, где преобладает однородное распределение материи. Поведение частицы этой материи описывается некой функцией  $\phi(t)$  (можно считать ее аналогией координаты).

В этой модели уравнение динамики для частиц выглядит следующим образом:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -V'$$

где  $V = V(\phi)$  – потенциальная энергия частицы, а  $V' = \frac{\partial V}{\partial \phi}$ .

В этой модели для постоянной Хаббла справедливо следующее соотношение:

$$H^2 = \frac{1}{3M_{pl}^2} \left[ \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V \right]$$

где  $M_{pl}$  – константа.

Фаза инфляции происходит, когда потенциальная энергия  $V$  намного больше кинетической энергии  $\dot{\phi}^2/2$ . Это происходит в течение достаточного времени, что слагаемым  $\ddot{\phi}$  в уравнении динамики можно пренебречь.

Введем параметр  $\eta_V = \delta + \epsilon$ , где  $\delta = -\ddot{\phi}/(H\dot{\phi})$ .

<b>C.1</b>	Найдите параметры $\epsilon$ и $\eta_V$ , а также получите выражение для $dN/d\phi$ . Выразите ответы через потенциал $V(\phi)$ , его первую и вторую производные ( $V'$ и $V''$ ) и константы.	<b>1.7</b>
------------	---	------------

**D. Фаза инфляции с заданным потенциалом**

Предсказания любой модели фазы инфляции должны согласовываться с экспериментальными данными по изучению реликтового излучения. Для начала фазы инфляции ( $\phi = \phi_{start}$ ) рассчитаны параметры  $n_s = 0.968 \pm 0.006$  и  $r < 0.12$ , где  $n_s = 1 + 2\eta_V - 6\epsilon$  и  $r = 16\epsilon$  для модели Вселенной, где преобладает однородное распределение материи.

Будем считать, что потенциальная энергия задана в явном виде  $V(\phi) = \Lambda^4 \left( \frac{\phi}{M_{pl}} \right)^n$ , где  $n$  – целое число,  $\Lambda$  – постоянная.

<b>D.1</b>	Для заданного потенциала вычислите $\phi_{end}$ , когда фаза инфляции завершилась.	<b>0.5</b>
<b>D.2</b>	Выразите $r$ и $n_s$ через параметр $N$ и целое число $n$ . Оцените значение $n$ , при котором величины $r$ and $n_s$ близки к наблюдаемым значениям. При расчетах считайте, что $N = 60$ .	<b>0.9</b>