

## Экспериментальная задача. Увидеть невидимое!

### Введение.

Многие вещества обладают оптической анизотропией, при которой показатель преломления зависит от направления распространения и поляризации света. Оптическая анизотропия может возникать и в изотропных средах при наличии в них механических напряжений, неоднородном разогреве или приложении внешнего электрического поля. Направление, в котором свет распространяется без двойного лучепреломления, называется оптической осью кристалла.

Рассмотрим традиционную схему экспериментов по исследованию оптической анизотропии (рис. 1), которая будет использована в данной работе.

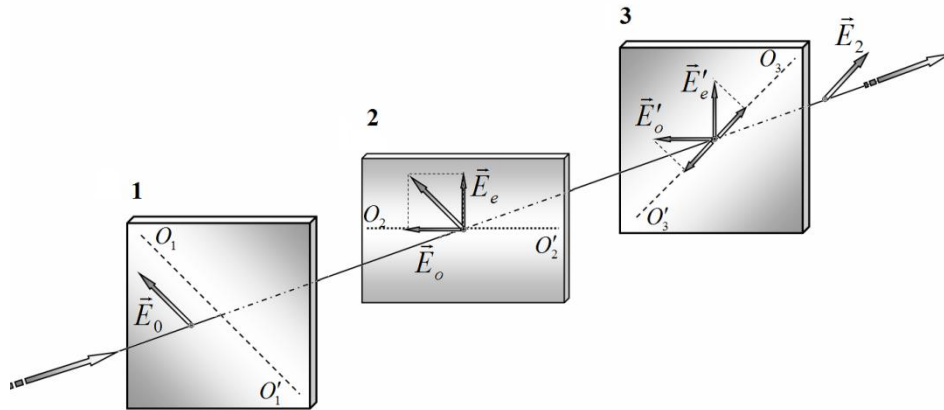


Рис. 1. Схема эксперимента по исследованию оптической анизотропии.

Свет падает на поляризатор 1, плоскость пропускания которого пересекает плоскость пластинки по прямой  $O_1O_1'$ . После прохождения поляризатора 1 свет становится линейно поляризованным, а его вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}_0$  колеблется только в плоскости пропускания поляризатора 1. Далее, этот свет попадает на анизотропную пластинку Р, вырезанную так, что ее оптическая ось  $PP'$  лежит в плоскости пластинки и направлена под углом  $45^\circ$  к плоскости пропускания поляризатора 1. В пластинке возбуждаются две световые волны: обыкновенная  $\vec{E}_o$ , поляризованная перпендикулярно оптической оси, и необыкновенная  $\vec{E}_e$ , поляризованная вдоль оптической оси. Показатели преломления пластинки для этих волн различны, их разность обозначается как  $\Delta n = n_o - n_e$ . По этой причине при прохождении этих волн через пластинку между ними возникает разность фаз  $\Delta\varphi = 2\pi h\Delta n/\lambda$  ( $h$  – толщина пластинки,  $\lambda$  – длина волны падающего света). Поэтому на выходе из пластинки поляризация света изменяется, он становится эллиптически поляризованным. Далее свет попадает на поляризатор 2, плоскость пропускания которого  $O_2O_2'$  перпендикулярна плоскости пропускания поляризатора 1.

Простой расчет показывает, что интенсивность света, прошедшего через пластинку и поляризатор 3 определяется формулой

$$I_2 = kI_0 \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (1)$$

где  $I_0$  – интенсивность света, падающего на пластинку,  $k$  – коэффициент пропускания света в пластинке Р и поляризаторе 2,  $\Delta\varphi$  – разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами после прохождения пластинки Р.

**При выполнении всего эксперимента вычисление погрешностей не требуется там, где об этом не сказано!**

## Часть 1. Наблюдаем!

### Часть 1.1. Поляризаторы.

1.1	Определите положения плоскостей пропускания поляризатора 1 и поляризатора 2 из выданного комплекта оборудования. Покажите их на рисунке в листе ответов.
-----	--

### Часть 1.2. Линейки.

*В этой части работы в качестве источника используйте светодиод.*

Закрепите его на подставке и подключите его к источнику питания. Установите также оба поляризатора лицевой стороной к источнику света. Убедитесь, что поляризаторы скрещены, т.е. свет через них не проходит. Первый поляризатор прикройте листком белой бумаги, расположив ее со стороны источника света, как указано на рис.1В в Приложении В.

Расположите пластиковую линейку между поляризаторами. Сначала можете двигать ее рукой. Затем закрепите ее с помощью зажимов на экране со щелью (рис. 2В). Нижний край линейки должен совпадать с линией, нарисованной на экране, а ее шкала должна находиться сверху. Убедитесь, что обе выданные вам линейки обладают двойным лучепреломлением. Рассмотрите также возникающую картину, если сложить две линейки вместе так, чтобы свет проходил через них.

1.2.1	Определите возможные направления оптической оси пластиковой линейки. Укажите эти <b>направления</b> на рисунке в листе ответов.
1.2.2	Примерно определите, на каком расстоянии вдоль линейки №1 и вдоль двух линеек, сложенных вместе, разность фаз для синего света изменяется на $2\pi$ .

### Часть 1.3. Полоска.

Прикрепите к экрану с помощью зажимов гибкую пластиковую полоску так, чтобы ее края совпадали с краями экрана. При этом полоска изогнется (рис. 3В). Расположите экран с полоской между поляризаторами. Смещая экран, наблюдайте изменение окраски полоски. Координаты точек  $x$  полоски измеряйте по шкале экрана, в качестве указателя используйте левый край держателя экрана как показано на рисунке 3В.

1.3.1	Определите возможные направления оптической оси полоски. Укажите их на рисунке в листе ответов.
1.3.2	Измерьте координаты середин двух темных полос, левой $x_L$ и правой $x_R$ , видимых на полоске.

### Часть 1.4. Жидкокристаллическая ячейка.

*Здесь и далее координаты отсчитывайте по шкале экрана. В качестве указателя используйте левый край держателя, который на рис. 3В указан стрелкой!*

Расположите между поляризаторами жидкокристаллическую ячейку (ЖК-ячейку). Подключите ее к своему источнику питания. Наблюдайте изменение цветов света, прошедшего через ячейку при изменении напряжения на ней.

1.4.1	Определите возможные направления оптической оси ячейки при нулевом и максимальном напряжении на ней. Укажите эти направления на рисунке в листе ответов. Ось $Z$ направлена вертикально.
1.4.2	Измерьте значение напряжения на ячейке $U_{cr}$ , при котором происходит быстрая переориентация молекул жидкого кристалла на $90^\circ$ .

## Часть 2. Измеряем!

**Отключите светодиод от блока питания и уберите его. Удалите лист белой бумаги. В этой части работы в качестве источника света используйте лазер, не забудьте подключить его к источнику питания!**

Закрепите лазер, поляризатор 1, экран со щелью и фотоприемник (фотодиод) в держателях. Отрегулируйте установку так, чтобы луч лазера проходил через поляризатор, щель экрана и точно попадал на фотодиод. Используя винт 5с регулировки ширины пучка, добейтесь, чтобы размер пятна на фотоприемнике составлял 5-6 мм.

Лазер испускает линейно поляризованный свет. С помощью кольца поворота лазера 5а добейтесь, чтобы свет практически полностью проходил через первый поляризатор, а большая ось пятна эллиптической формы была вертикальна. В дальнейшем положение лазера и фотоприемника не изменяйте, закрепите их с помощью винтов 5д и 15с. Установите поляризатор 2. Убедитесь, что поляризаторы скрещены. На рис. 4В показана собранная установка с установленным экраном.

### Часть 2.1. Изучение фотоприемника.

Для измерений интенсивности света в работе используется фотодиод. ЭДС, возникающая при попадании света на светодиод, сложным образом зависит от интенсивности падающего света. Поэтому для измерения интенсивности света используется схема, показанная на рис. 2. Измеряемое мультиметром постоянное напряжение зависит как от интенсивности падающего света, так и от сопротивления резистора. **Основной целью является выбор оптимального значения этого сопротивления, при котором напряжение на резисторе пропорционально интенсивности падающего на фотодиод света.**

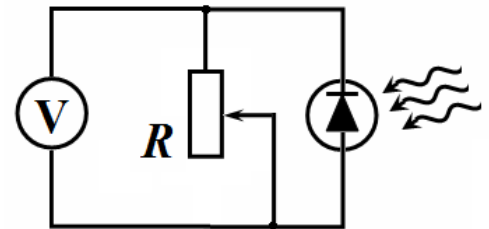


Рис. 2. Схема для измерения ЭДС фотодиода.

**При измерениях в этой части снимите со скамьи второй поляризатор и экран. Светофильтры, ослабляющие интенсивность света, закрепляйте с помощью зажима на задней стороне поляроида (обязательно!), как показано на рис. 5В.**

**Максимальное значение измеряемых напряжений должно быть не менее 300 мВ.**

С помощью мультиметра вы можете измерять сопротивление резистора и напряжение на нем (конечно при этом вы должны изменять регистр измерения мультиметра). Добавьте в нужном месте электрической цепи ключ так, чтобы с помощью одного мультиметра можно было проводить измерения, как сопротивления, так и напряжения, не разбирая схемы, а только изменяя положения ключа и режим измерений мультиметра.

2.1.1	Укажите на схеме, где необходимо установить ключ, чтобы с помощью мультиметра можно было измерять сопротивление резистора и напряжение на нем.
2.1.2	Измерьте зависимость напряжения на резисторе от его сопротивления при двух значениях интенсивности падающего света: максимальной (число светофильтров $n = 0$ ) и минимальной (число светофильтров $n = 5$ ). Постройте графики полученных зависимостей. Укажите диапазон значений сопротивления резистора, при котором следует проводить измерения интенсивности света.
2.1.3	Измерьте зависимость напряжения на резисторе $U$ от числа светофильтров $n = 0,1,2,3,4,5$ , уменьшающих интенсивность падающего на фотодиод света. Измерения проведите при трех значениях сопротивления резистора примерно равных $R = 30$ кОм, $R = 20$ кОм и $R = 10$ кОм. Постройте графики полученных зависимостей, выбрав такой масштаб, чтобы по ним можно было проверить является ли зависимость напряжения на резисторе от интенсивности падающего на фотодиод света линейной. Окончательно определите, при каком сопротивлении резистора (из указанных в этом пункте) $R_{opt}$ следует проводить последующие измерения интенсивности света.

2.1.4	Используя полученные данные, рассчитайте коэффициент пропускания светофильтра $\gamma = I_{tr}/I_{ins}$ и найдите его погрешность, где $I_{tr}$ - интенсивность прошедшего света, а $I_{ins}$ - интенсивность падающего света. При необходимости можете провести дополнительные измерения.
-------	--

**Все дальнейшие измерения проводите при выбранном оптимальном значении сопротивления резистора! В дальнейшем считайте, что интенсивность света в относительных единицах равна напряжению на резисторе в мВ.**

### Часть 2.2 Прохождение света через пластиковые линейки.

При проведении измерений используйте оптическую схему, описанную в части 1.2 и показанную на рис. 4В. Следите, чтобы линейки на экране закреплялись в одном положении, описанном в части 1.2.

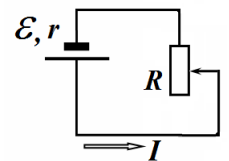
2.2.1	Измерьте зависимость интенсивности прошедшего света (в мВ) от координаты $x$ точки падения света на линейку в диапазоне от 0 до 10 см. Измерения проведите для каждой из линеек и для двух линеек сложенных вместе. В каждом случае отдельно измерьте значение максимального напряжения. Постройте графики полученных зависимостей.
2.2.2	Для проведенных измерений для двух линеек (по отдельности) рассчитайте значения сдвига фаз $\Delta\varphi$ между обыкновенной и необыкновенной волнами в линейке в диапазоне по $x$ от 0 до 7 см. Постройте графики полученных зависимостей $\Delta\varphi(x)$ . Приведите формулу, по которой Вы провели расчеты. <b>Учтите, что из формулы (1) разность фаз определяется неоднозначно, используйте дополнительные физические соображения для правильного определения значения <math>\Delta\varphi</math>.</b>
2.2.3	Считая зависимости $\Delta\varphi(x)$ линейными $\Delta\varphi_1 = a_1x + b_1,$ $\Delta\varphi_2 = a_2x + b_2,$ рассчитайте численные значения коэффициентов этих зависимостей для линеек 1 и 2.
2.2.4	Используя полученные в пунктах 2.2.1-2.2.3 данные, рассчитайте теоретические значения интенсивности света, прошедшего через две линейки, сложенные вместе. Приведите формулу, по которой Вы провели расчет. На том же бланке п.2.2.1 постройте график полученной теоретической зависимости.

### Часть 2.3 ЖК-ячейка.

#### 2.3.1 Изучение источника питания.

Источник питания ЖК-ячейки создает регулируемое переменное напряжение с частотой  $\nu = 100$  Гц, для его измерения используйте дополнительные выводы источника.

Исследуйте нагрузочную характеристику источника питания ЖК-ячейки (зависимость напряжения на внешней цепи  $U$  от силы тока  $I$ ).



2.3.1.1	Приведите электрическую схему, использованную вами при измерениях.
2.3.1.2	Проведите необходимые измерения и постройте зависимости напряжения на внешней цепи от силы тока $U(I)$ для трех различных значений ЭДС источника.
2.3.1.3	По полученным данным постройте зависимость внутреннего сопротивления источника от его ЭДС. Предложите эмпирическую формулу, описывающую эту зависимость.

#### 2.3.2 Изучение ЖК-ячейки.

Разместите ЖК-ячейку между поляризаторами, как показано на рис. 6В.

**Исследуемая ниже экспериментальная зависимость сильно немонотонная и содержит области резких изменений. Учитывайте это обстоятельство при проведении измерений.**

**Для измерения переменного напряжения источника питания ячейки и постоянного напряжения фотоприемника подключайте соответствующие выводы непосредственно к мультиметру.**

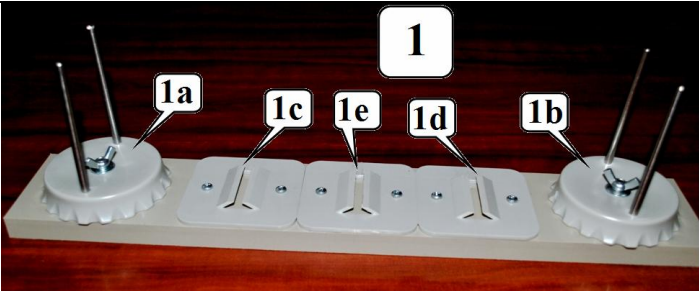
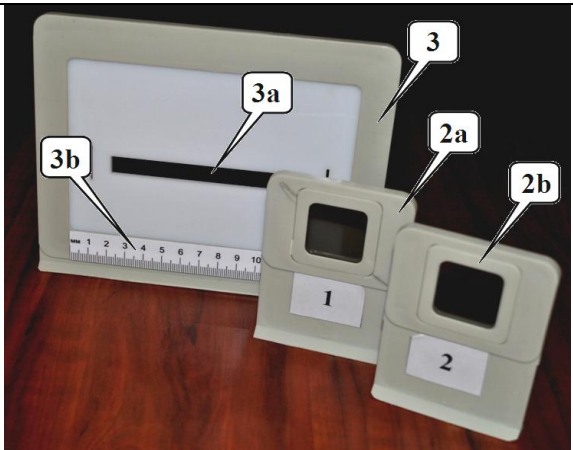
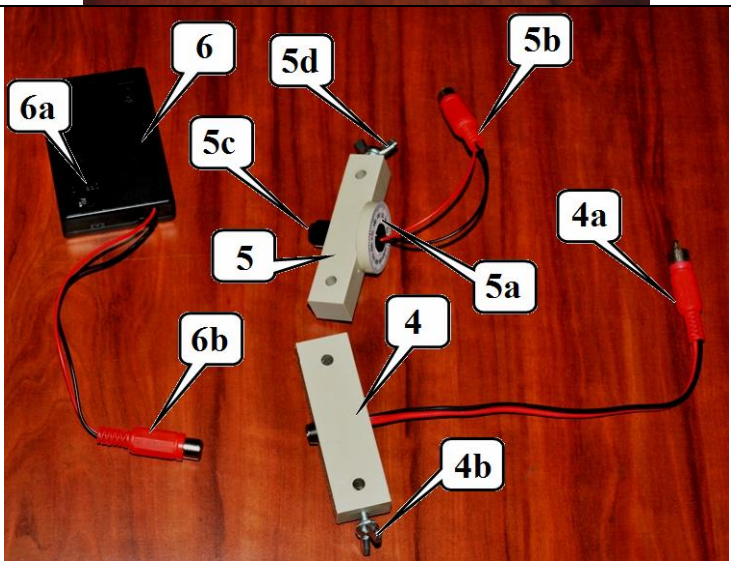
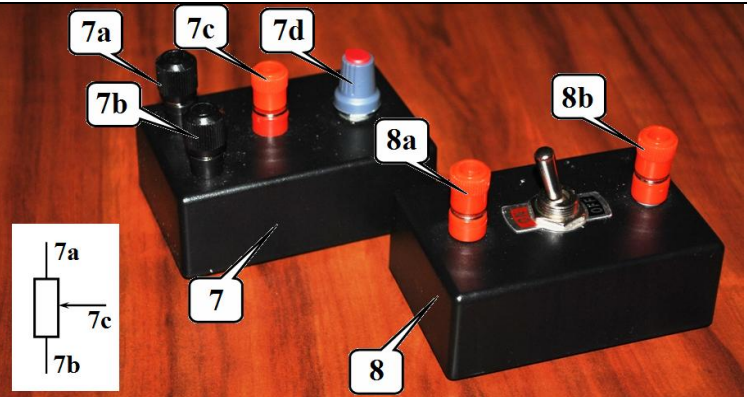
2.3.2.1	Исследуйте зависимость интенсивности прошедшего света от напряжения на ЖК ячейке. Постройте график полученной зависимости.
2.3.2.2	Рассчитайте величину $\Delta\varphi_0$ – разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами при отключенном напряжении на ЖК ячейке.
2.3.2.3	<p>В достаточно широком диапазоне напряжений на ЖК-ячейке разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами зависит от приложенного напряжения по степенному закону</p> $\Delta\varphi = CU^\beta.$ <p>Используя полученные данные, постройте график, позволяющий определить диапазон применимости приведенной формулы и рассчитать показатель степени <math>\beta</math>. Укажите диапазон применимости этой формулы и определите численное значение параметра <math>\beta</math>.</p>

#### Часть 2.4 Прохождение света через изогнутую полосу.

Закрепите на экране пластиковую полосу, как описано в п.1.3.

2.4.1	Измерьте зависимость интенсивности света, прошедшего через оптическую систему, от координаты $x$ точки попадания света на полосу в диапазоне $\pm 20$ мм от ее центра. Постройте график полученной зависимости.
2.4.2	Рассчитайте величину $\Delta\varphi_0$ – сдвиг фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами, прошедшими через не изогнутую полосу. Известно, что $\Delta\varphi_0$ лежит в интервале от $10\pi$ до $12\pi$ .
2.4.3	<p>Вблизи центра полосы ее форму можно считать дугой окружности радиуса <math>R</math>. Покажите, что теоретический вид зависимости сдвига фаз <math>\Delta\varphi</math> от расстояния <math>z</math> до центра полосы при <math>z \ll R</math> имеет вид:</p> $\Delta\varphi = \Delta\varphi_0(Az^2 + B).$ <p>Выразите значения коэффициентов <math>A, B</math> через радиус <math>R</math> и показатель преломления материала полосы <math>n</math>. Считайте, что разность показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн <math>\Delta n \ll n</math>.</p>
2.4.4	Используя данные, полученные в предыдущих пунктах, рассчитайте радиус кривизны полосы $R$ вблизи ее центра. Показатель преломления материала полосы считайте равным $n = 1.4$ .

Приложение А. Описание оборудования.

<p><b>Оптическая скамья 1 с держателями:</b>          1a – держатель источника света с крепежным винтом;          1b – держатель фотоприемника с крепежным винтом;          1c, 1d – держатели поляризаторов          1e – держатель экрана и ЖК-ячейки</p>	
<p>2a, 2b – поляризаторы на подставках. На лицевой стороне нанесены номера 1 и 2.  <b>Поляризаторы следует устанавливать только лицевой стороной к источнику света!</b>          Плоскости пропускания поляризаторов образуют угол в 45° с горизонтом.          3 – экран со щелью (3a) и шкалой (3b)</p>	
<p><b>Источники света:</b>  <b>4 – светодиод:</b>          4a – разъем для подключения питания;          4b – крепежный винт;  <b>5 – лазер:</b>          5a – кольцо поворота лазера со шкалой;          5b – разъем для подключения источника питания;          5c – винт регулировки ширины луча;          5d – крепежный винт;  <b>6 – блок питания источников света:</b>          6a – выключатель;          6b – разъем для подключения источников света.  <b>Источник включайте только на время проведения экспериментов!</b>  <b>Не направляйте луч лазера в глаза, это опасно для зрения!</b></p>	
<p><b>7 – переменный резистор:</b>          7a, 7b, 7c – клеммы для подключения к цепи          7d – ручка регулировки сопротивления;  <b>8 – выключатель:</b>          8a, 8b – клеммы для подключения;</p>	

9a – Жидкокристаллическая ячейка (ЖК-ячейка) 9a в держателе (9b), 9c – разъем для подключения источника;

**10 – блок питания ЖК- ячейки:**

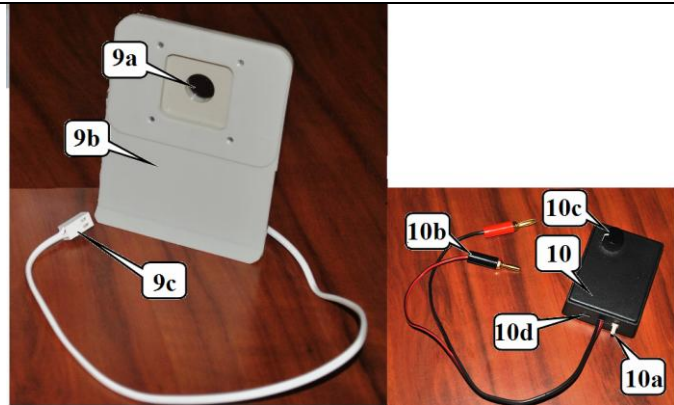
10a – разъемы для подключения ЖК-ячейки;

10b – разъемы для измерения выходного напряжения;

10c – ручка регулировки выходного напряжения;

10d – выключатель.

*Источник включайте только на время проведения экспериментов!*



**11 – мультиметр;**

11a – регистр измерения сопротивления (200 кОм);

11b – регистр измерения постоянного напряжения (2В);

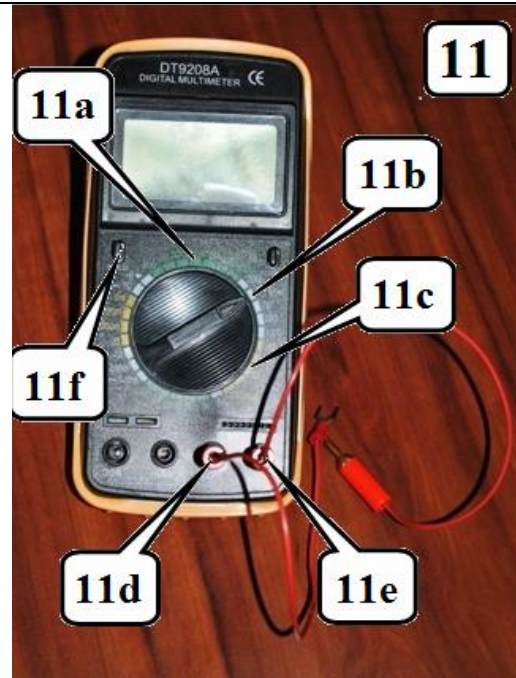
11c – регистр измерения переменного напряжения (20В);

11d, 11e – разъемы для подключения измерительных проводов;

11f – выключатель (Power).

*Если дисплей мультиметра «уснул» - дважды нажмите кнопку выключателя!*

*При измерении мультиметром сопротивления элемента, элемент не должен находиться под напряжением!*



**Исследуемые оптические элементы**

12 – пластиковые линейки:

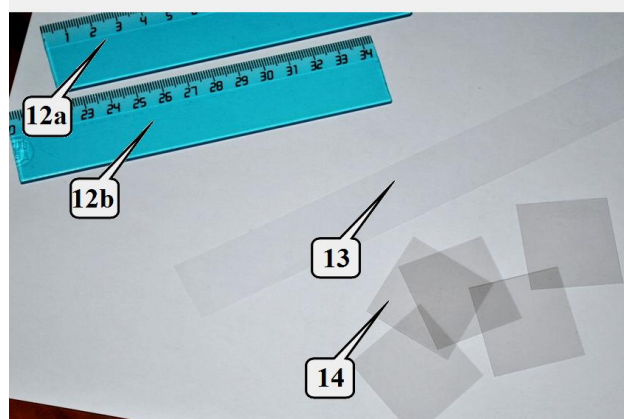
12a – №1 (шкала от 0 до 14 см) 10b – №2 1 (шкала от 20 до 34 см)

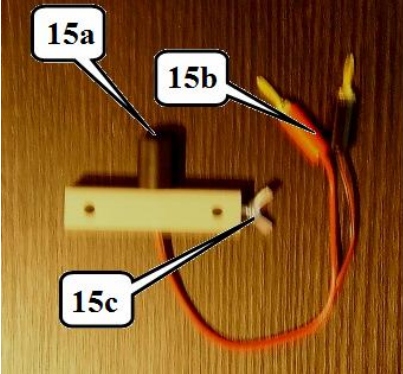
13 – гибкая пластиковая полоска;

14 – набор светофильтров;

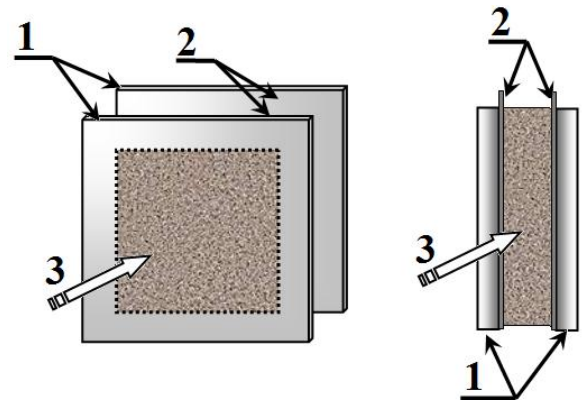
*Светофильтры и полоска находятся в отдельном конверте!*

Пластиковые линейки и полоска обладают двойным лучепреломлением, их оптические оси лежат в плоскости линеек и полоски.



<p><b>15 Фотоприемник (фотодиод)</b>          15a – входное окно;          15b – разъемы для измерения выходного напряжения;          15c – крепежный винт.</p>	
<p>Соединительные провода, зажимы, салфетка, кусок бумаги.</p>	

Жидкокристаллическая ячейка состоит из двух стеклянных пластинок 1, на внутреннюю поверхность которых нанесены прозрачные токопроводящие слои 2. Между пластинками находится тонкий (примерно 10 мкм) слой раствора 3, находящегося в жидкокристаллическом состоянии. К токопроводящим слоям припаяны выводы, на которые подается переменное напряжение от источника. При отсутствии напряжения длинные молекулы жидкого кристалла ориентируются параллельно пластинкам. Направление ориентации молекул совпадает с оптической осью кристалла.



**Старайтесь не прикасаться пальцами к тем частям оптических элементов, через которые проходит свет! При необходимости протирайте их салфеткой!**

### Приложение В. Фото установок.



Рис. 1В Установка для наблюдения двойного лучепреломления в линейке

Рис. 2В Крепление линейки на экране





Рис. 3В Крепление гибкой пластиковой полоски на экране.



Рис. 4В Установка для измерения пропускания света через пластиковые линейки



Рис. 5В Крепление светофильтров на поляризаторе

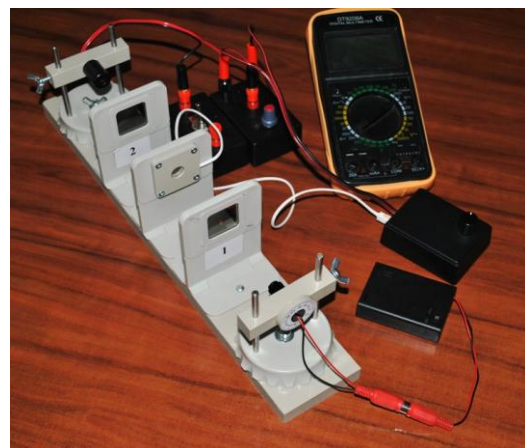


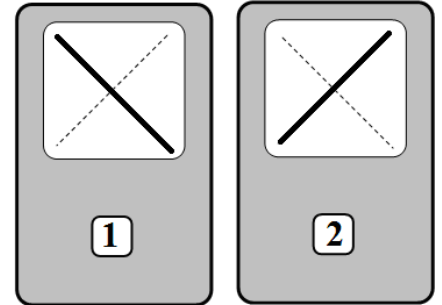
Рис 6В Установка для измерения характеристик ЖК-ячейки

## Экспериментальная задача. Увидеть невидимое!

### Часть 1. Наблюдаем!

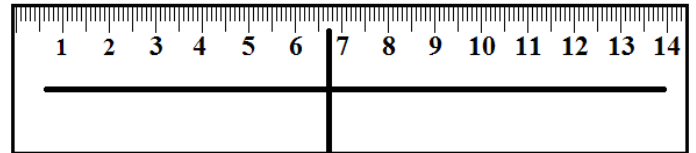
#### Часть 1.1. Поляризаторы.

Для определения плоскости пропускания поляризаторов можно воспользоваться любым бликом на блестящей поверхности. Известно, что отраженный свет поляризован в плоскости, параллельной отражающей поверхности. Определенные таким образом плоскости пропускания показаны на рисунке.



#### Часть 1.2. Линейки.

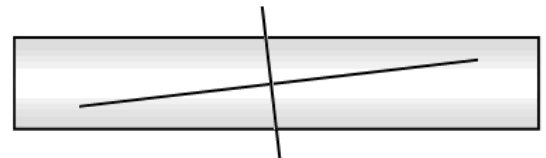
1.2.1. Если падающий свет поляризован вдоль оптической оси или перпендикулярно ей, то в среде будет возбуждаться только одна волна, поэтому изменения поляризации света не произойдет. При такой ориентации линейки между скрещенными поляризаторами свет через систему не пройдет. Таким образом, есть возможность определить либо направление оптической оси, или перпендикулярное ему направление. Эти возможные варианты показаны на рисунке (либо вдоль линейки, либо перпендикулярно ей).



1.2.2. Визуально можно определить те места на линейках, где наблюдаемые цвета одинаковы с преобладанием синего света. Для линейки №1 расстояние между ними равно примерно 12 см, для двух линеек примерно 8 см.

#### Часть 1.3. Полоска.

1.3.1 Возможные положения оптической оси полоски определяются аналогично. Эти направления образуют небольшой угол  $\approx 10^\circ$  со сторонами полоски и показаны на рисунке справа.

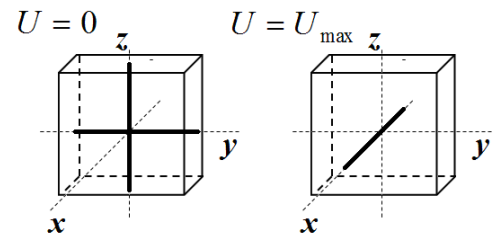


1.3.2 Координаты темных полос примерно равны  $x_L = 3,5\text{см}$ ,  $x_R = 7,5\text{см}$ .

#### Часть 1.4. Жидкокристаллическая ячейка.

1.4.1 Положение оптической оси при выключенном напряжении определяется аналогично. Она либо горизонтальна, либо вертикальна. При максимальном напряжении оптическая ось ориентируется вдоль электрического поля, то есть перпендикулярно пластинке.

1.4.2 Значение напряжения на ячейке, при котором происходит резкая переориентация молекул жидкого кристалла, примерно равно

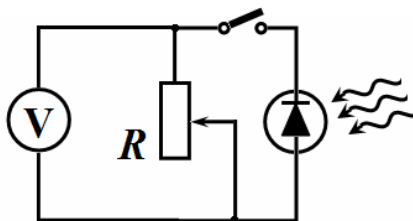


$$U_{cr} = 2 \text{ V.}$$

## Часть 2. Измеряем!

## Часть 2.1. Изучение фотоприемника.

2.1.1. Место выключателя показано на рисунке ниже. При измерении сопротивления выключатель должен быть выключен.

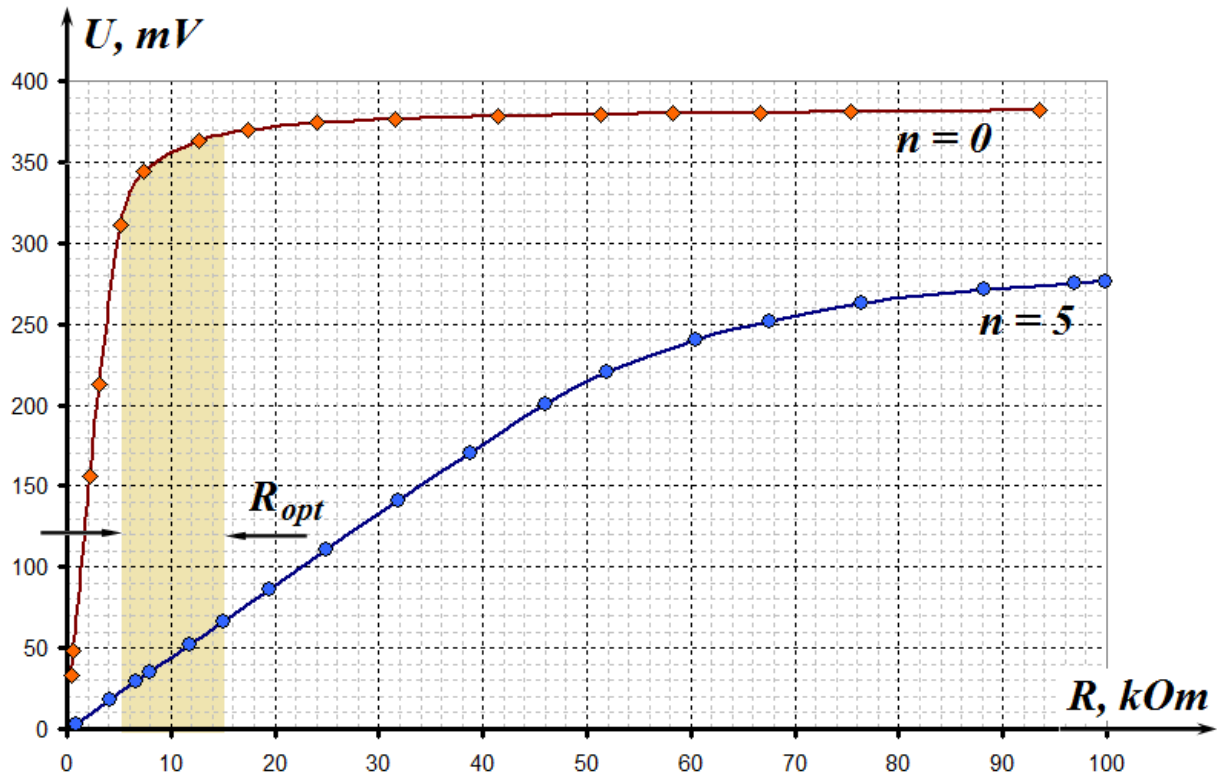


2.1.2 Результаты измерений зависимости напряжения на резисторе  $U$  от его сопротивления представлены в таблице 1 и на графике под ней.

Таблица 1.

$n = 0$		$n = 5$	
$R, \text{кОм}$	$U, \text{мВ}$	$R, \text{кОм}$	$U, \text{мВ}$
0,4	33	0,9	3
0,6	48	4,1	18
2,2	156	6,6	29
3,1	213	8,0	35
5,1	311	11,8	52
7,4	344	15,0	66
12,7	363	19,4	86
17,4	370	24,9	111
24,0	374	31,8	141
31,5	376	38,8	170
41,5	378	46,0	200
51,4	379	51,9	220
58,3	380	60,4	240
66,6	380	67,5	252
75,4	381	76,4	263
93,5	382	88,2	271
		96,9	275
		99,8	276

Оптимальное сопротивление резистора должно лежать в диапазоне 5-15 кОм, где диапазон изменения напряжения наибольший.



2.1.3 Результаты измерений зависимости измеряемого напряжения от числа светофильтров при разных значениях сопротивления резистора приведены в Таблице 2.

Таблица 2.

$R =$	$5,1 \text{ k}\Omega$		$29,9 \text{ k}\Omega$		$20,4 \text{ k}\Omega$		$10,1 \text{ k}\Omega$	
$n$	$U, \text{ mV}$	$\ln U$	$U, \text{ mV}$	$\ln U$	$U, \text{ mV}$	$\ln U$	$U, \text{ mV}$	$\ln U$
0	351	5,861	391	5,969	388	5,961	377	5,932
1	290	5,670	370	5,914	364	5,897	341	5,832
2	168	5,124	346	5,846	336	5,817	294	5,684
3	92	4,522	317	5,759	309	5,733	179	5,187
4	56	4,025	288	5,663	234	5,455	105	4,654
5	35	3,555	212	5,357	148	4,997	66	4,190

Интенсивность прошедшего света  $I_n$  убывает в геометрической прогрессии с увеличением числа светофильтров  $n$ :

$$I_n = I_0 \gamma^n. \quad (1)$$

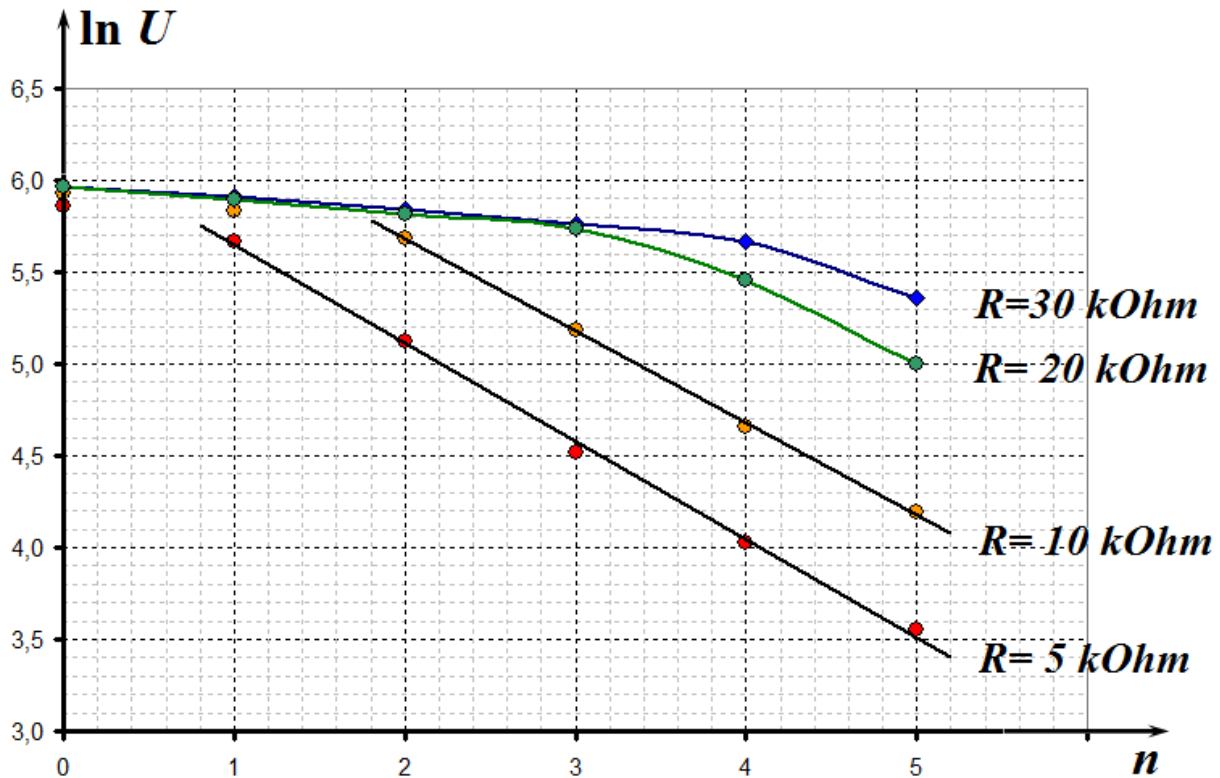
Если измеряемое напряжение пропорционально интенсивности падающего света, то оно будет изменяться по такому же закону:

$$U_n = U_0 \gamma^n. \quad (2)$$

Для проверки этой формулы следует использовать полулогарифмический масштаб, то есть построить график зависимости  $\ln U$  от числа  $n$

$$\ln U_n = \ln U_0 + n \ln \gamma. \quad (3)$$

Этот график показан на рисунке.



Из графика следует, что исследуемая зависимость приближается к линейной по мере уменьшения сопротивления. Это значит, что, во-первых, для увеличения точности определения коэффициента пропускания  $\gamma$  можно провести дополнительные измерения при меньшем сопротивлении (здесь приведены данные для  $R = 5$  кОм); во вторых, дальнейшие измерения следует проводить при меньшем из заданных сопротивлений, т.е. при  $R = 10$  кОм.

Из формулы (3) следует, что коэффициент наклона зависимости (3) равен  $a = \ln \gamma$ . Значение оттого коэффициента, рассчитанной по методу наименьших квадратов, равно  $a = -0.53 \pm 0.03$ . Тогда коэффициент пропускания оказывается равным  $\gamma = \exp \alpha = 0.59$  с погрешностью, которая рассчитывается по формуле  $\Delta \gamma = \exp(\alpha) \Delta \alpha = 0.02$ . Окончательно получаем

$$\gamma = 0.59 \pm 0.02.$$

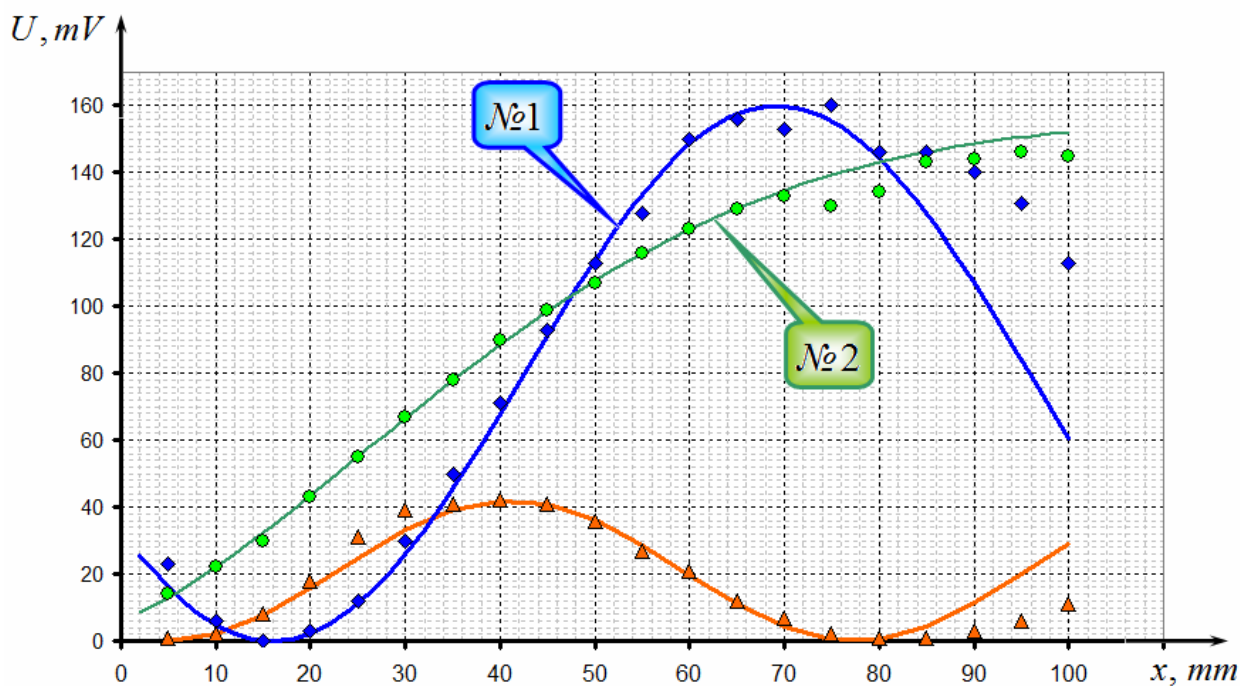
Отметим, что аналогичный расчет, проведенный по результатам измерений при  $R = 10$  кОм дает результат  $\gamma = 0.59 \pm 0.02$ .

Часть 2.2 Прохождение света через пластиковые линейки.

2.2.1 Результаты измерений зависимости интенсивности света от координаты точки прохождения для линеек №1, №2 и двух линеек приведены в таблице 3 и на графике ниже.

Таблица 3.

№1			№2			Две линейки		
$X, mm$	$U, mV$	$\Delta\varphi$	$X, mm$	$U, mV$	$\Delta\varphi$	$X, mm$	$U, mV$	$U_{calc}$
5	23	0,778	5	14	0,601	5	1	0,0
10	6	0,390	10	22	0,760	10	2	2,1
15	0	0,000	15	30	0,896	15	8	7,7
20	3	0,275	20	43	1,090	20	18	15,7
25	12	0,555	25	55	1,253	25	31	24,7
30	30	0,896	30	67	1,408	30	39	33,0
35	50	1,186	35	78	1,546	35	41	39,2
40	71	1,458	40	90	1,696	40	42	41,9
45	93	1,734	45	99	1,811	45	41	40,8
50	113	1,996	50	107	1,915	50	36	36,0
55	128	2,214	55	116	2,038	55	27	28,5
60	150	2,636	60	123	2,138	60	21	19,6
65	156	2,824	65	129	2,230	65	12	10,9
70	153	2,720	70	133	2,295	70	7	4,1
75	160	3,142	75	130	2,246	75	2	0,4
80	146	2,541	80	134	2,312	80	1	0,5
85	146	2,541	85	143	2,478	85	1	4,4
90	140	2,419	90	144	2,498	90	3	11,4
95	131	2,262	95	146	2,541	95	6	20,1
100	113	1,996	100	145	2,519	100	11	29,0



2.2.2 Для расчета возникающего при прохождении света сдвига фаз необходимо воспользоваться формулой (1), приведенной в условии, которую можно переписать в виде

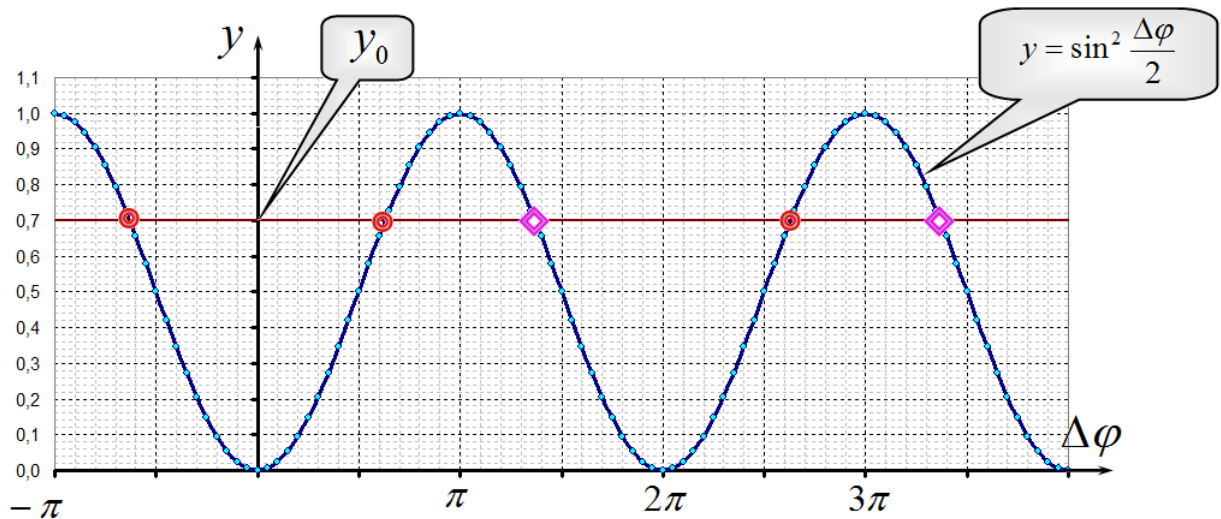
$$U = U_{max} \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}, \quad (1)$$

где  $U_{max}$  — максимальное значение напряжения. Причем следует быть уверенным, что это напряжение действительно соответствует максимуму функции (1), а не является некоторой граничной точкой. По результатам измерений (см. график) для каждой из линеек в качестве  $U_{max}$  следует принять значение  $U_{max} = 160$  мВ.

Даже при правильном определении величины  $U_{max}$  нахождение сдвига фаз является не простой задачей, так как уравнение

$$y_0 = \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \quad (1)$$

имеет множество корней. На рисунке ниже показаны эти корни



Формально их значения можно записать в различных формах, например,

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \pm 2(\arcsin \sqrt{y_0} + k\pi), \\ \Delta\varphi &= \pm 2(\pi - \arcsin \sqrt{y_0} + k\pi), \\ k &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Выбор нужного корня должен основываться на анализе реальной экспериментальной зависимости.

В таблице 3 приведены значения сдвигов фаз, рассчитанных по формуле

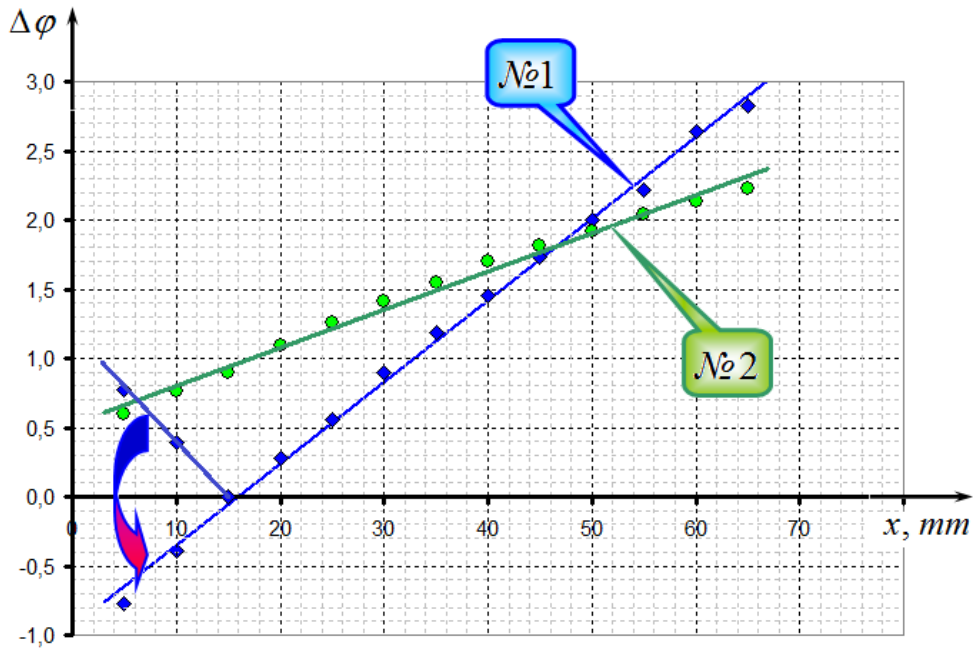
$$\Delta\varphi = 2 \arcsin \sqrt{\frac{U}{U_{max}}}. \quad (3)$$

Понятно, что зависимость  $\Delta\varphi(x)$  должна быть монотонной, поэтому для первых двух точек следует изменить знак корня, что является корректной операцией с точки зрения математики (графически – отразить). Заметим также, что в данном случае сдвиг фаз определен с точностью до аддитивного члена  $\pm 2\pi k$ .

Полученные зависимости близки к линейным, а расчет по МНК дает следующие значения параметров линеаризованной зависимости

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_1 &= 0.059x - 0.94, \\ \Delta\varphi_2 &= 0.028x + 0.52. \end{aligned}$$

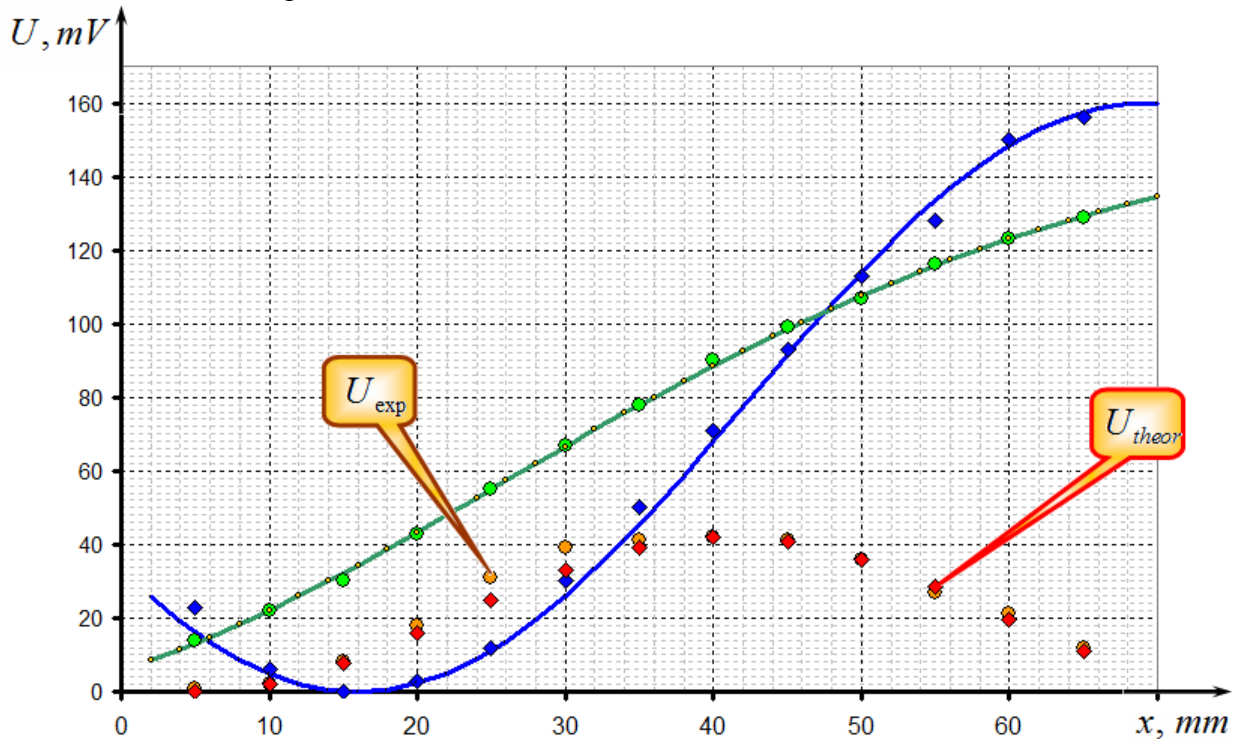
Ниже приведены графики этих зависимостей.



2.2.4 Если сложить две линейки, то возникающие разности фаз суммируются, поэтому теоретическая зависимость интенсивности от координаты имеет вид

$$U = U_{max} \sin^2 \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}. \quad (5)$$

Здесь  $U_{max}$  — максимальное значение напряжения при прохождении света через две линейки и может быть взято из экспериментальных данных.



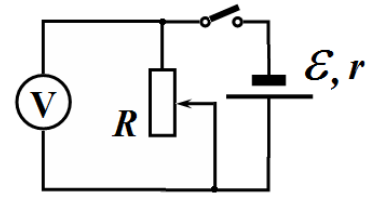
Результаты расчетов по этой формуле приведены в таблице 3 и на графике. Видно хорошее согласие между результатами измерений и теоретических расчетов.



Часть 2.3 ЖК-ячейка.

2.3.1 Изучение источника питания.

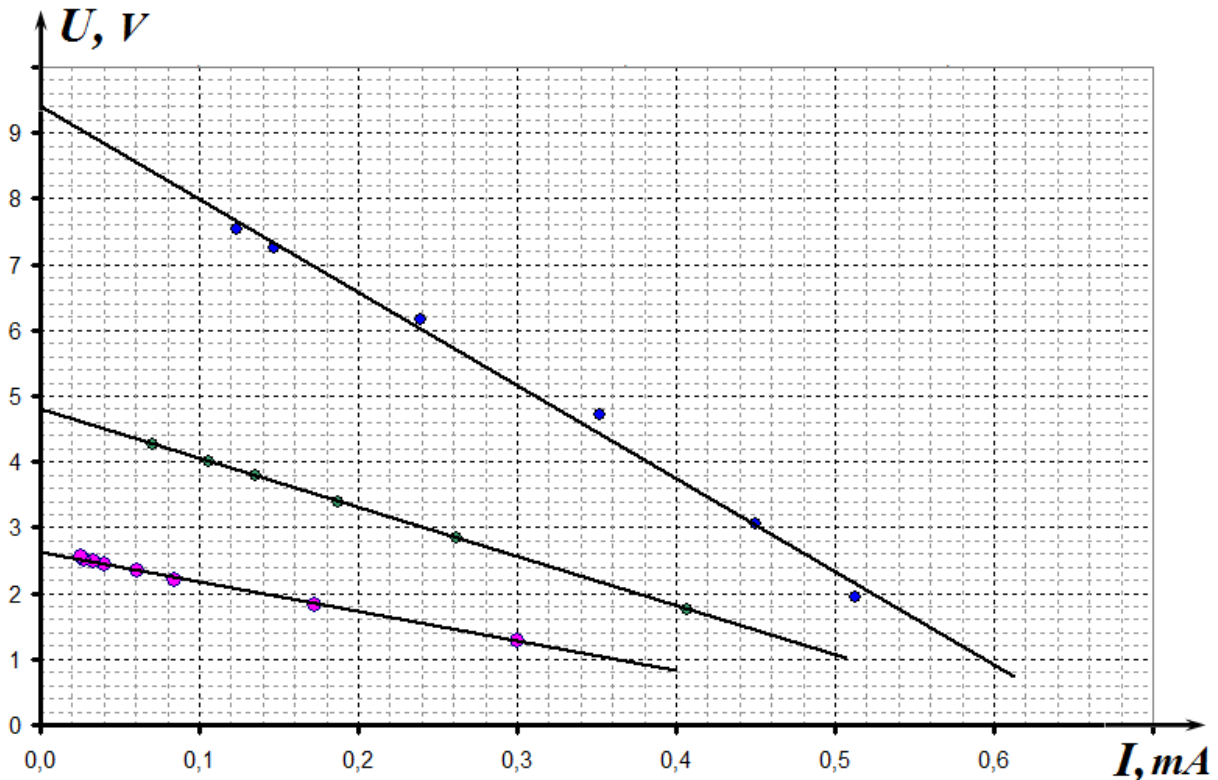
2.3.1.1 Использованная схема измерений приведена на рисунке. В положении выключателя «On» измеряется напряжение, в положении «Off» — сопротивление.



2.3.1.2 Результаты измерений зависимости напряжения  $U$  на резисторе от его сопротивления  $R$  и рассчитанные по формуле  $I = U/R$  значения силы тока приведены в таблице 4. На графике показаны полученные зависимости,  $U_0$  — значение напряжения при непосредственном подключении мультиметра к источнику питания.

Таблица 4.

$U_0=2,67\text{ V}$			$U_0=4,9\text{ V}$					
$R, \text{k}\Omega$	$U, \text{V}$	$I, \text{mA}$	$R, \text{k}\Omega$	$U, \text{V}$	$I, \text{mA}$	$R, \text{k}\Omega$	$U, \text{V}$	$I, \text{mA}$
4,3	1,29	0,300	4,3	1,75	0,407	60,8	7,53	0,124
10,6	1,83	0,173	10,9	2,85	0,261	49,1	7,24	0,147
26,2	2,20	0,084	18,2	3,40	0,187	25,7	6,15	0,239
38,5	2,34	0,061	28,1	3,80	0,135	13,4	4,72	0,352
60,1	2,43	0,040	37,8	4,01	0,106	6,8	3,06	0,450
74,7	2,48	0,033	60,6	4,26	0,070	3,8	1,95	0,513
90,7	2,52	0,028	4,3	1,75	0,407	60,8	7,53	0,124
100,0	2,55	0,026	10,9	2,85	0,261	49,1	7,24	0,147



Полученные зависимости являются линейными, а значит внутреннее сопротивление  $r$  не зависит от силы тока (и, следовательно, от сопротивления внешней цепи  $R$ ), но изменяется при изменении выходного напряжения. В этом случае полученные зависимости определяются законом Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r}, \tag{6}$$

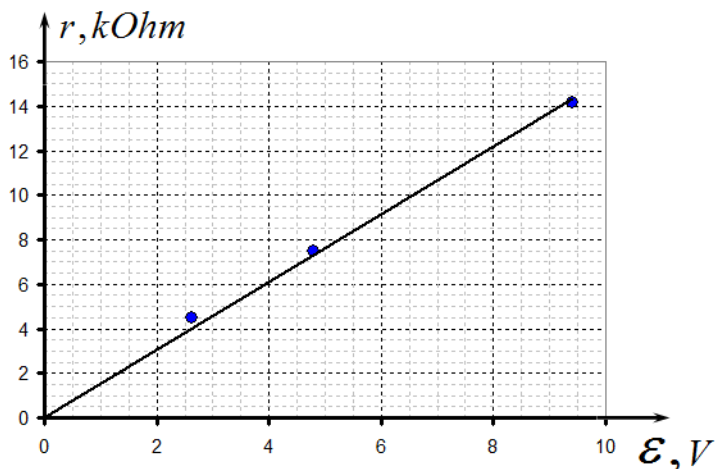
из которого следует формула, описывающая полученные экспериментальные зависимости

$$U = IR = \varepsilon - Ir. \tag{7}$$

Параметры  $\varepsilon$  и  $r$  легко находятся из полученных графиков, как предельное значение при  $I \rightarrow 0$  и коэффициент наклона графиков, соответственно.

В таблице ниже приведены эти значения, найденные по экспериментальным данным, рядом — соответствующий график.

$\varepsilon, V$	$r, kOhm$
2,62	4,5
4,8	7,48
9,4	14,13



Таким образом, внутренне сопротивление пропорционально ЭДС:

$$r = C\varepsilon, \quad (8)$$

где коэффициент пропорциональности равен  $C = 1.5 \frac{\text{кОм}}{\text{В}}$ .

### 2.3.2 Изучение ЖК-ячейки

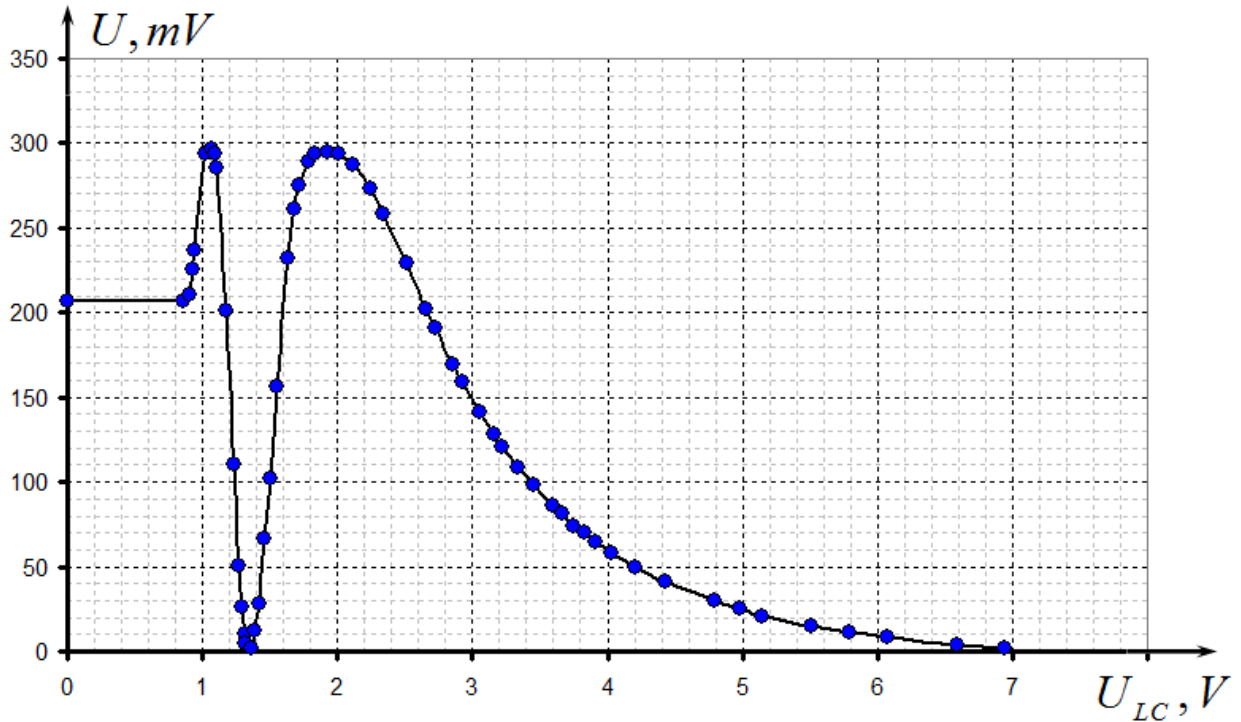
2.3.2.1 Результаты измерений зависимости интенсивности света  $U$  от напряжения на ячейке  $U_{LC}$  приведены в Таблице 5<sup>1</sup>. График полученной зависимости показан на рисунке.

Таблица 5.

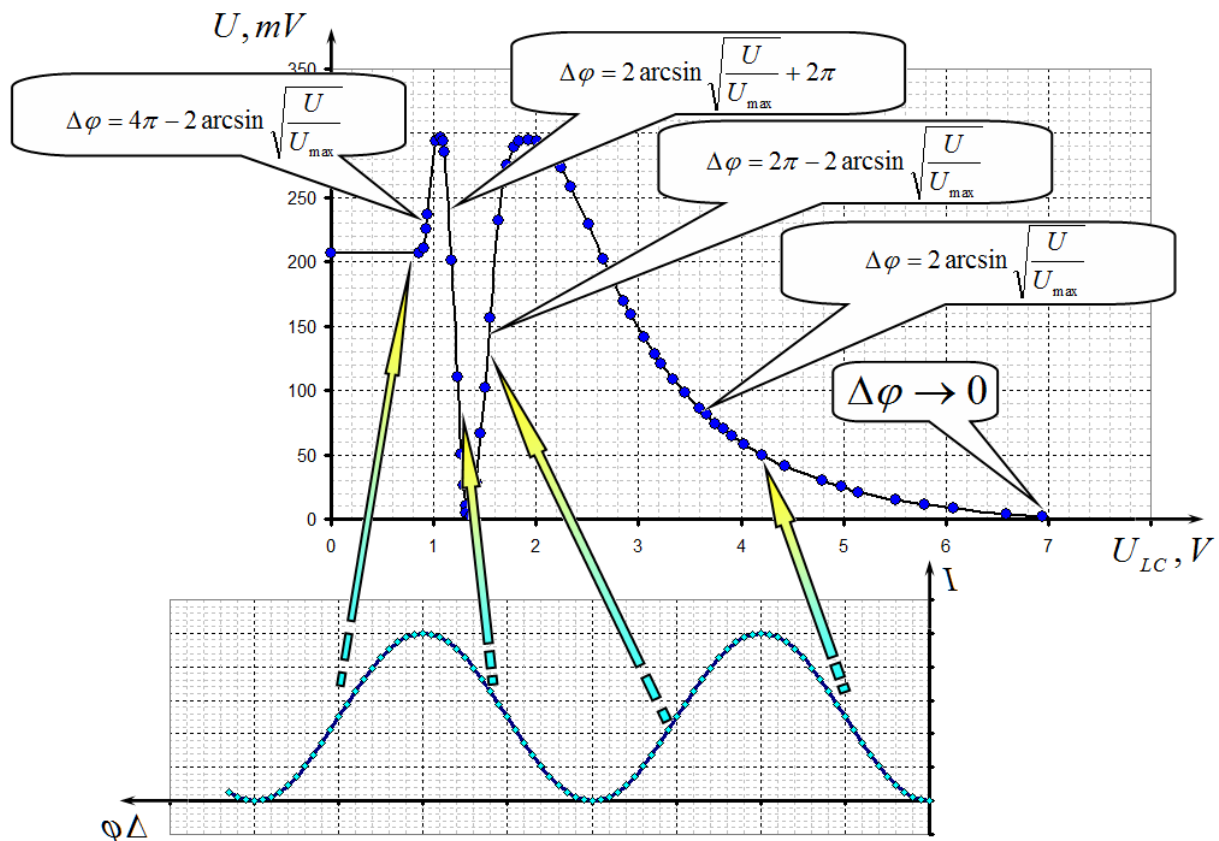
$U_{LC}, V$	$U, mV$	$(\Delta\varphi)'$	$\Delta\varphi$	$\ln U_{LC}$	$\ln \Delta\varphi$
0	207	1,961	10,606	-	2,361
0,86	207	1,961	10,606	-0,151	2,361
0,91	211	1,990	10,577	-0,094	2,359
0,93	226	2,102	10,464	-0,073	2,348
0,94	237	2,190	10,377	-0,062	2,340
1,02	294	2,858	9,709	0,020	2,273
1,07	297	2,941	9,625	0,068	2,264
1,09	294	2,858	9,709	0,086	2,273
1,11	285	2,691	8,974	0,104	2,194
1,18	201	1,918	8,201	0,166	2,104
1,23	110	1,301	7,584	0,207	2,026
1,27	51	0,850	7,133	0,239	1,965
1,29	26	0,598	6,881	0,255	1,929
1,31	10	0,367	6,650	0,270	1,895
1,32	5	0,259	6,542	0,278	1,878
1,36	2	0,163	6,447	0,307	1,864
1,39	12	0,403	5,880	0,329	1,772
1,42	28	0,621	5,662	0,351	1,734
1,46	66	0,976	5,307	0,378	1,669
1,5	102	1,245	5,038	0,405	1,617
1,55	156	1,611	4,672	0,438	1,542
1,63	232	2,149	4,134	0,489	1,419
1,68	261	2,404	3,879	0,519	1,356
1,71	275	2,556	3,727	0,536	1,316

<sup>1</sup> Мы не ожидаем, что участники олимпиады получат такое же число точек, вполне достаточно 15-20 значений. Принципиально важно обнаружение провала на графике.

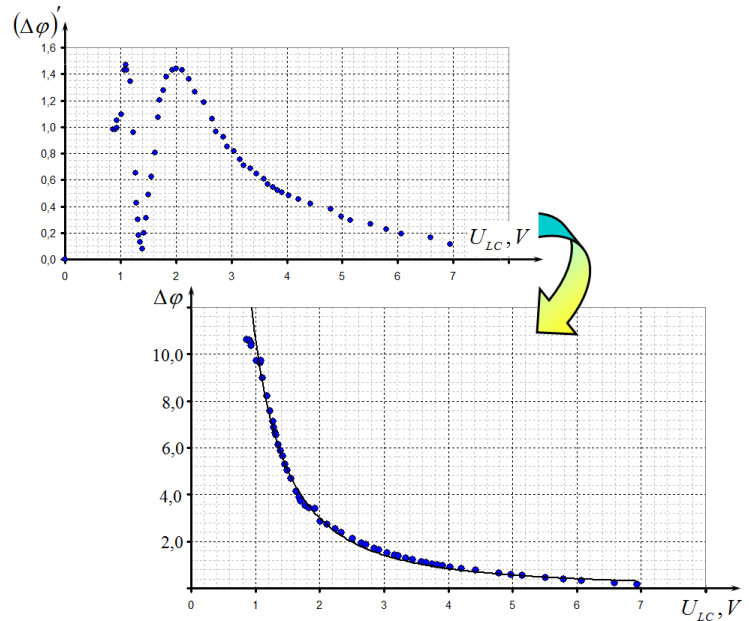
1,78	289	2,756	3,527	0,577	1,260
1,83	294	2,858	3,425	0,604	1,231
1,93	295	2,883	3,401	0,658	1,224
2,01	294	2,858	2,858	0,698	1,050
2,11	287	2,722	2,722	0,747	1,001
2,24	273	2,532	2,532	0,806	0,929
2,34	258	2,375	2,375	0,850	0,865
2,51	229	2,125	2,125	0,920	0,754
2,65	202	1,925	1,925	0,975	0,655
2,72	191	1,848	1,848	1,001	0,614
2,85	169	1,698	1,698	1,047	0,529
2,92	159	1,631	1,631	1,072	0,489
3,05	141	1,511	1,511	1,115	0,413
3,16	128	1,424	1,424	1,151	0,353
3,22	121	1,376	1,376	1,169	0,319
3,34	109	1,294	1,294	1,206	0,258
3,45	98	1,217	1,217	1,238	0,196
3,59	86	1,130	1,130	1,278	0,122
3,66	81	1,093	1,093	1,297	0,089
3,75	74	1,039	1,039	1,322	0,039
3,83	70	1,008	1,008	1,343	0,008
3,91	65	0,968	0,968	1,364	-0,032
4,03	58	0,911	0,911	1,394	-0,094
4,21	50	0,841	0,841	1,437	-0,173
4,43	41	0,757	0,757	1,488	-0,278
4,79	30	0,644	0,644	1,567	-0,441
4,98	25	0,586	0,586	1,605	-0,535
5,15	21	0,536	0,536	1,639	-0,625
5,51	15	0,451	0,451	1,707	-0,796
5,79	11	0,385	0,385	1,756	-0,954
6,07	8	0,328	0,328	1,803	-1,115
6,59	4	0,231	0,231	1,886	-1,463
6,94	2	0,163	0,163	1,937	-1,811



Для правильного расчета разности фаз необходимо правильно выбрать корни уравнения (2). В данном случае это можно сделать однозначно, так как при больших напряжениях  $U_{LC}$  разность фаз стремится к нулю  $\Delta\varphi \rightarrow 0$ . Остальные ветви решений и соответствующие формулы для расчета показаны на рисунке.



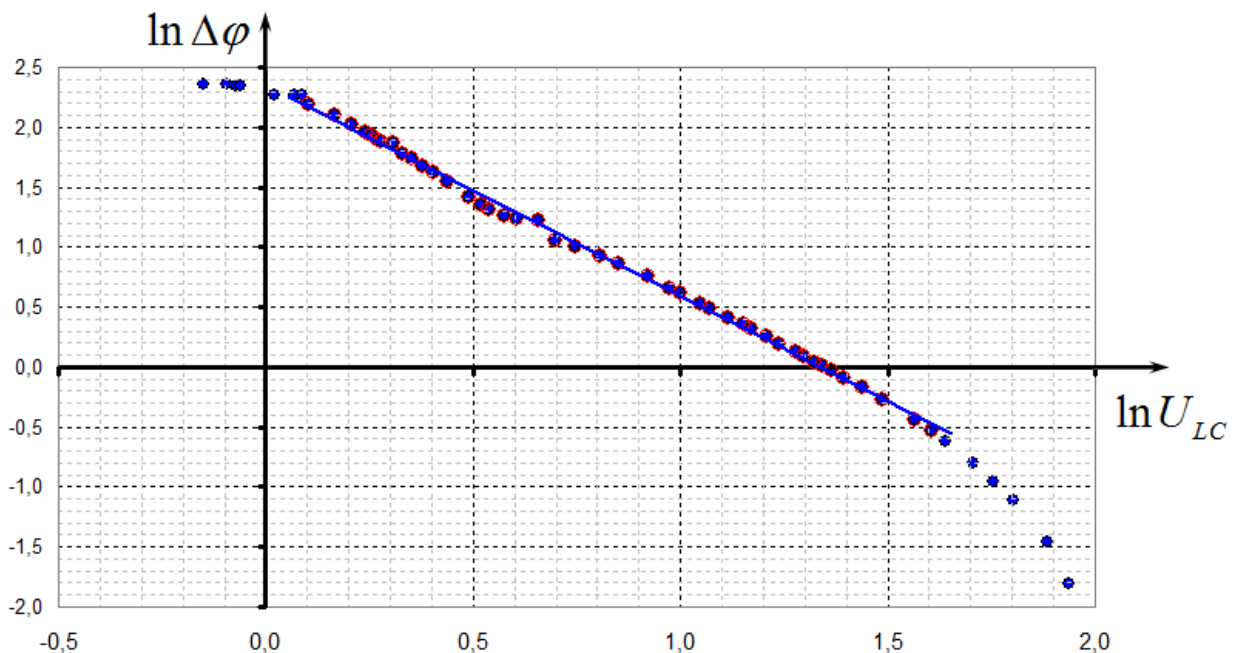
В Таблице приведены результаты расчета величины  $(\Delta\varphi)' = \arcsin \sqrt{\frac{U}{U_{max}}}$  и правильное значение сдвига фаз  $\Delta\varphi$ .



Для наглядности представлены графики этих зависимостей (от участников олимпиады построение этих графиков не требуется).

Значение разности фаз при нулевом напряжении  $\Delta\varphi_0 \approx 10.6$ .

Для проверки применимости степенной зависимости  $\Delta\varphi = CU^\beta$  следует построить последний график в логарифмическом масштабе, что показано на рисунке ниже.



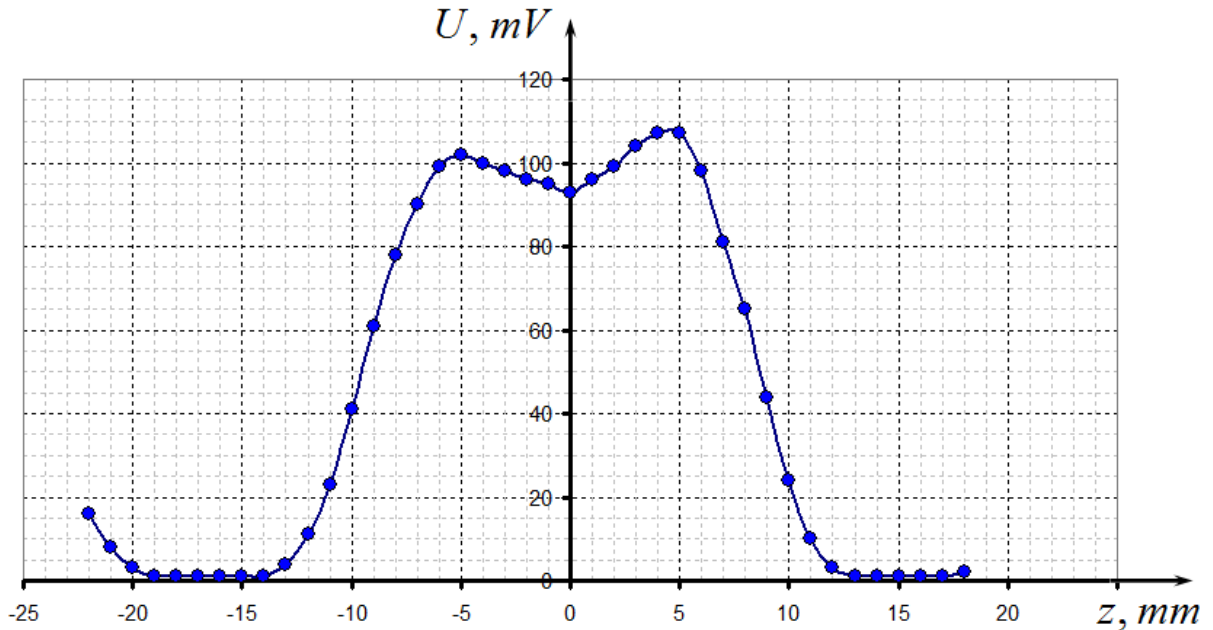
Из графика следует, что в диапазоне напряжений от 1 В до 5 В зависимость практически линейная, что подтверждает применимость рассматриваемой формулы. Показатель степени в этой формуле равен коэффициенту наклона графика, его численное значение  $\beta \approx 1.75$ .

Часть 2.4 Прохождение света через изогнутую полосу.

2.4.1 Результаты измерений зависимости интенсивности света от координаты точки попадания на пленку приведены в таблице 6 и на графике.

Таблица 6.

$x, mm$	$U, mV$	$\Delta\varphi'$	$\Delta\varphi$	$z, mm$
40	16	0,794	5,489	-22
41	8	0,554	5,729	-21
42	3	0,336	5,947	-20
43	1	0,194	6,090	-19
44	1	0,194	6,090	-18
45	1	0,194	6,090	-17
46	1	0,194	6,090	-16
47	1	0,194	6,090	-15
48	1	0,194	6,090	-14
49	4	0,389	5,894	-13
50	11	0,653	5,630	-12
51	23	0,964	5,319	-11
52	41	1,335	4,948	-10
53	61	1,711	4,572	-9
54	78	2,046	4,237	-8
55	90	2,322	3,962	-7
56	99	2,588	3,696	-6
57	102	2,706	2,706	-5
58	100	2,624	2,624	-4
59	98	2,553	2,553	-3
60	96	2,489	2,489	-2
61	95	2,459	2,459	-1
62	93	2,401	2,401	0
63	96	2,489	2,489	1
64	99	2,588	2,588	2
65	104	2,805	2,805	3
66	107	3,142	3,142	4
67	107	3,142	3,142	5
68	98	2,553	3,730	6
69	81	2,111	4,173	7
70	65	1,787	4,496	8
71	44	1,392	4,891	9
72	24	0,987	5,296	10
73	10	0,621	5,662	11
74	3	0,336	5,947	12
75	1	0,194	6,090	13
76	1	0,194	6,090	14
77	1	0,194	6,090	15
78	1	0,194	6,090	16
79	1	0,194	6,090	17
80	2	0,274	6,009	18



Вид графика свидетельствует, что значение  $\Delta\varphi_0$  лежит на восходящей ветви зависимости интенсивности от сдвига фаз, поэтому рассчитывается по формуле

$$\Delta\varphi_0 = 10\pi + 2 \arcsin \sqrt{\frac{U_0}{U_{max}}} \approx 33.9.$$

Так как пленка изогнута, то оптическая длина пути света при его прохождении через пленку зависит от координаты места падения света на пленку. Вблизи центра пленки ее форму приближенно можно считать дугой окружности. Пусть на расстоянии  $z$  от центра пленки она наклонена под углом  $\alpha$  к плоскости экрана. Тогда радиус кривизны пленки определяется по формуле

$$R = \frac{z}{\sin \alpha}. \tag{9}$$

Рассмотрим прохождения света через пленку, наклоненную под углом  $\alpha$ . Оптическая длина пути света в этом случае определяется формулой

$$l = |BC| = \frac{h}{\cos \beta} = \frac{h}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n}}}, \tag{10}$$

где  $h$  — толщина пленки. При выводе формулы (10) использован закон преломления  $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$ .

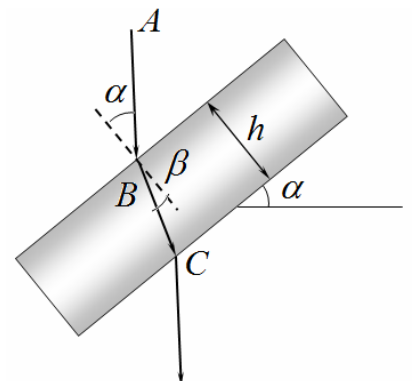
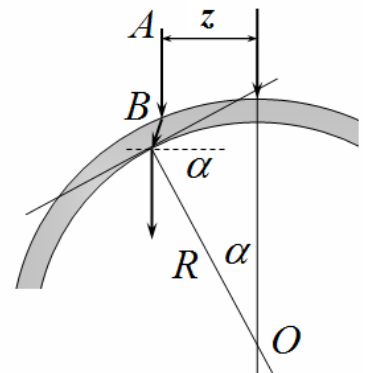
Следовательно, разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами, возникающая при прохождении света, равна

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l \Delta n = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{h}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n}}} \Delta n = \frac{\Delta\varphi_0}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n}}}, \tag{8}$$

где  $\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} h \Delta n$  — разность фаз для неизогнутой пленки, или разность фаз в центре.

При малых углах  $\alpha$  формулу (8) можно заменить приближенной

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\varphi_0}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n}}} \approx \Delta\varphi_0 \left( 1 + \frac{z^2}{2n^2 R^2} \right). \tag{9}$$



Таким образом, для определения радиуса кривизны следует проанализировать зависимость сдвига фаз от квадрата расстояния до центра полоски. В таблице приведены рассчитанные значения сдвига фаз (без учета слагаемого  $10\pi$ ). На рисунке справа приведен график этой зависимости. Так как нас интересует только центральная область графика, то «отражение» крайних ветвей графика не проведено. (От участников олимпиады этот график не требуется)

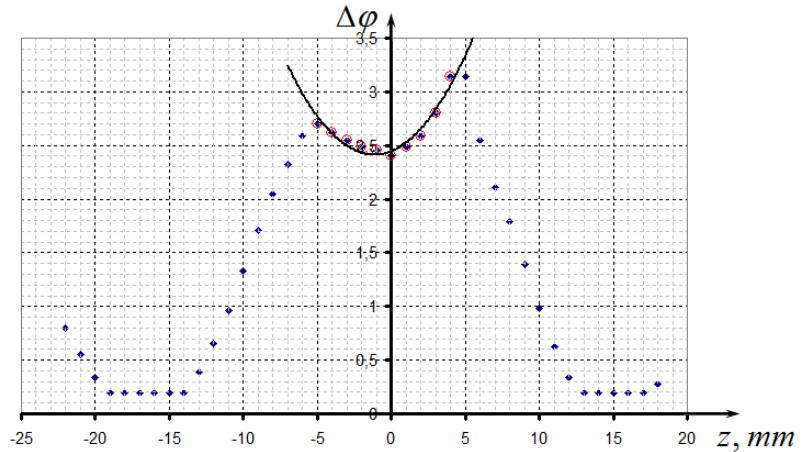


График показывает, что центральная область хорошо аппроксимируется параболической зависимостью

$$\Delta\varphi = az^2 + b. \quad (10)$$

Для определения коэффициентов этой функции можно построить график зависимости  $\Delta\varphi$  от  $z^2$  (см. рисунок справа). Используя МНК, можно определить искомые параметры

$$a = 0.0104 \text{ мм}^{-1}, \\ b = 2.45.$$

К найденному значению  $b$  следует прибавить  $10\pi$ .

Из сравнения формул (9) и (10) следует, что эти параметры выражаются через характеристики полоски следующим образом:

$$\alpha = \frac{\Delta\varphi_0}{2n^2R^2}, \quad b = \Delta\varphi_0. \quad (11)$$

Из этих формул находим значение радиуса кривизны

$$R = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{b}{2a}}. \quad (12)$$

Подстановка численных значений приводит к окончательному результату  $R = 29$  мм. Следует отметить, что полученное значение является достаточно грубой оценкой, из-за неточностей измерений.

