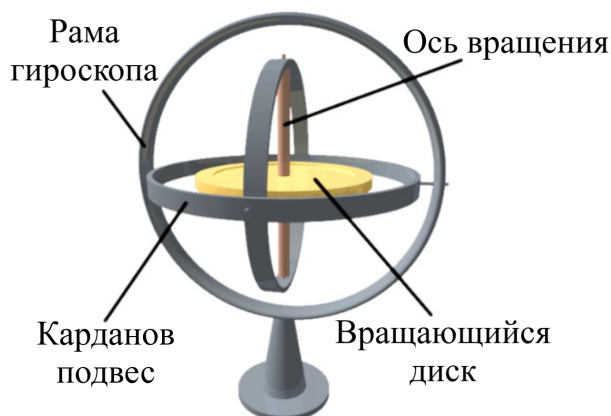


Гироскоп

Введение

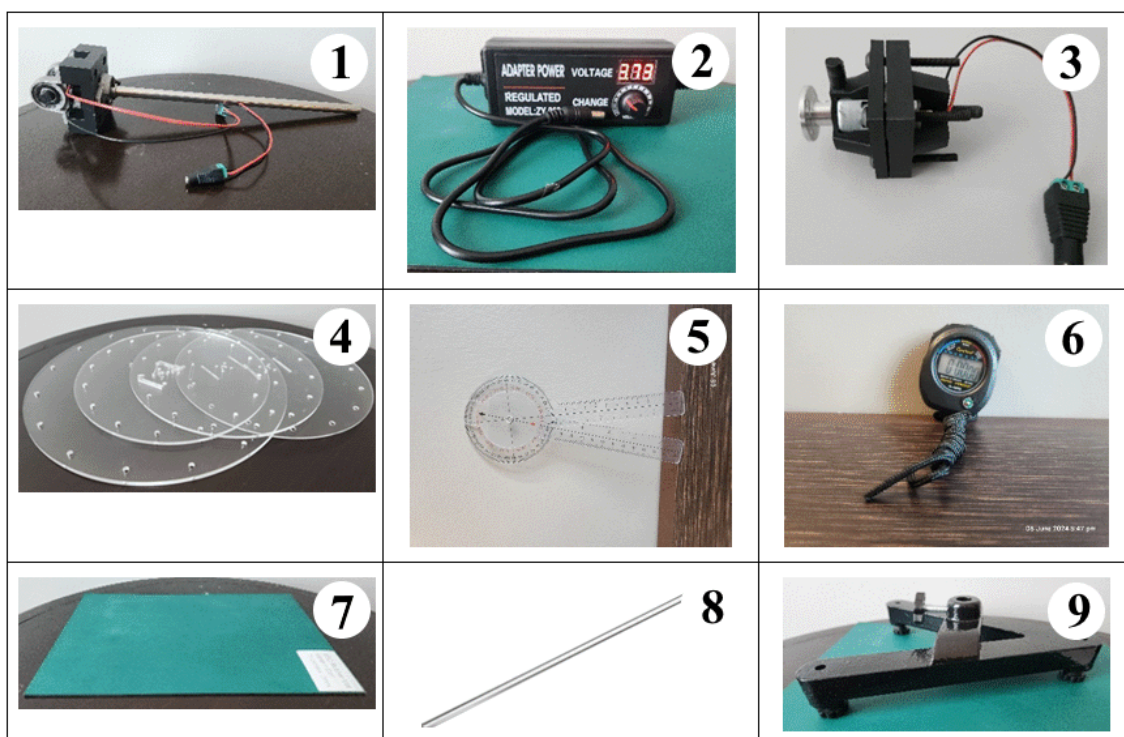
На рисунке 1 изображён гироскоп. Гироскопы используются для определения или поддержания ориентации и угловой скорости. Это устройство состоит из вращающегося диска, закреплённого на кардановом подвесе, благодаря которому ось вращения может свободно менять направление. При вращении диска поворот точки крепления подвеса не влияет на ориентацию оси.



Принцип работы гироскопа основан на законе сохранения момента импульса, который гласит, что момент импульса системы сохраняется при отсутствии внешних моментов сил. Вращающееся колесо гироскопа обладает большим моментом импульса, поэтому оно сопротивляется изменению направления оси вращения. Такое поведение похоже на поведение волчка, балансирующего благодаря гироскопическому эффекту.

Движение гироскопа описывается уравнениями Эйлера. Эти уравнения связывают угловые скорости и внешние моменты сил. Гироскопы крайне важны во многих ситуациях, где важна точная информация об ориентации: например, в навигации, транспортных средствах с автоматической балансировкой и т.п.

Оборудование



1. Стойка штатива с кардановым подвесом для гироскопа
2. Регулируемый источник питания
3. Электродвигатель в корпусе с разъёмом для подключения
4. Диски для вращения диаметром 20 см и толщиной 2 мм, 3 мм и 4 мм, диск-противовес диаметром 26 см
5. Гониометр
6. Секундомер
7. Коврик
8. Ось гироскопа (алюминиевая трубка)
9. Основание штатива
10. Болты и гайки, шестигранные ключи, отвертка, стяжка для проводов, двусторонний скотч, линейка, крепление диска (не показаны)

Массы деталей установки

- Диск для вращения 20 см (диаметр) × 2 мм (толщина) – (65 ± 1) г.
- Диск для вращения 20 см (диаметр) × 3 мм (толщина) – (89 ± 1) г.
- Диск для вращения 20 см (диаметр) × 4 мм (толщина) – (131 ± 1) г.
- Диск-противовес 26 см (диаметр) × 4 мм (толщина) – (231 ± 1) г.
- Двигатель с корпусом – 94 г.
- Массой алюминиевой трубки можно пренебречь во всех частях эксперимента.

ВНИМАНИЕ!!!

1. Перед подключением блока питания к двигателю убедитесь, что ручка регулировки напряжения находится в минимальном положении. Подача высокого напряжения может привести к перегоранию двигателя. Не подавайте напряжение выше 6 В. Подача напряжения выше 6 В может привести к перегреву и перегоранию двигателя. **Если двигатель перегорит, вам придется перепаявать его самим. Это не шутка!**
2. Не оставляйте установку включенной в течение длительного времени (10 минут и более). Выключайте двигатель после каждого эксперимента.
3. Удерживайте штатив в начале эксперимента, пока вращение диска не стабилизируется. В ходе выполнения работы могут наблюдаться сильные вибрации.
4. Не прикасайтесь к вращающемуся диску, это может быть опасно. Выключите двигатель и дождитесь полной остановки диска. Только после остановки диска с ним можно работать.
5. Провода, питающие двигатель, очень тонкие, общайтесь с ними очень аккуратно.
6. Держатель двигателя напечатан на 3D принтере. Он хрупкий. Соизмеряйте прикладываемую вами силу.

Сборка установки

1. Поместите коврик на стол зелёной стороной вверх.
2. Вкрутите ножки (регулируемые винты) штатива в основание (см. рис. 1).



Рис. 1

3. Поместите основание штатива на коврик. Это требуется для уменьшения вибраций и шума.
4. Закрепите стойку штатива в основании и затяните её винтом.
5. Вставьте ось гироскопа (алюминиевую трубку) в карданов подвес, как показано на рисунке 2. Закрепите ось винтом.

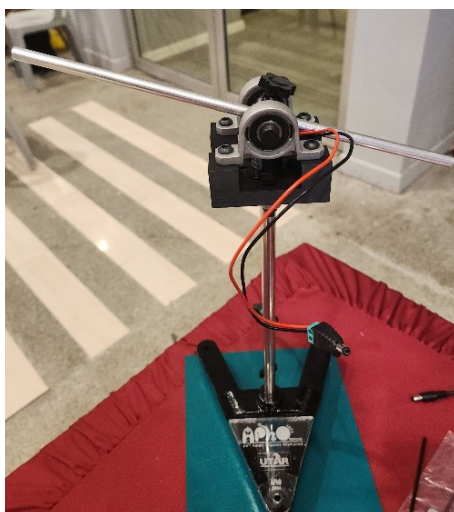


Рис. 2

6. Провод, выходящий из стойки штатива, подключите к источнику питания, как показано на рисунке 3.



Рис. 3

7. Если необходимо сменить полярность подключения мотора, то с помощью отвёртки можно отсоединить провода от разъёмов и поменять их местами.

Установка двигателя

1. Вкрутите винт корпуса двигателя в алюминиевую трубку. Подключите двигатель, соединив его разъем с разъемом у карданового подвеса, как показано на рисунке 4.



Рис. 4

2. Диски для вращения крепятся к валу двигателя с помощью соединительной муфты. Диски к муфте крепятся чёрными болтами М3, как показано на рисунке 5.

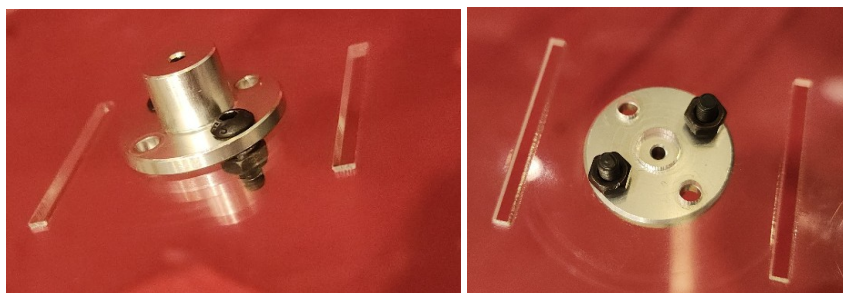


Рис. 5

3. Муфта фиксируется на валу двигателя шестигранным винтом, показанным на рисунке 6.



Рис. 6

Установка диска диаметром 26 см

1. Зажмите диск между двумя шайбами.
2. Прикрепите его к оси с помощью винта М6, как показано на рисунке 7.



Рис. 7

Часть А. Выравнивание основания и установка стойки штатива вертикально

(1.0 балл)

Ножки основания штатива — это регулировочные винты. В этой части задачи требуется установить стойку штатива строго вертикально, насколько это возможно. Для этого можно использовать всё предоставленное оборудование.

A1 Схематически опишите метод, которым вы проводили выравнивание стойки штатива. На рисунке укажите все использованные детали и подробно поясните свой выбор. **0.6**

A2 Укажите силы, действующие на установку. **0.2**

A3 Какие два фактора наиболее важны для определения вертикального положения штатива? **0.2**

- (a) Равные плечи алюминиевой трубки
- (b) Неравные плечи алюминиевой трубки
- (c) Размер диска
- (d) Толщина диска
- (e) Вес диска
- (f) Вес двигателя
- (g) Напряжение, подаваемое на двигатель

Часть В. Влияние скорости вращения на прецессию гироскопа (6.5 балла)

Цель: исследовать, как угловая скорость вращения гироскопа влияет на его стабильность и скорость прецессии.

Оборудование: гироскоп, регулируемый источник постоянного тока, двигатель, гониометр, секундомер, диск диаметром 20 см и толщиной 3 мм, линейка. В этой части задачи гироскоп не должен быть сбалансирован, т.е. его ось не должна быть горизонтальной (см. рис. 8).

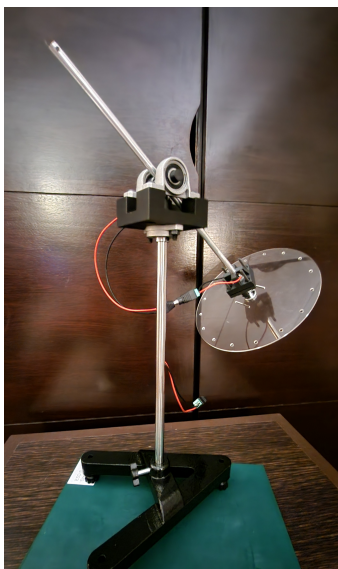


Рис. 8

Ход работы

1. Закрепите диск диаметром 20 см и толщиной 3 мм на оси мотора и прикрепите мотор к оси гироскопа. Убедитесь, что ось гироскопа перпендикулярна плоскости диска (рис. 8).
2. Установите ось гироскопа так, чтобы расстояние от центра диска до точки прижима оси крепёжным винтом составляло 15 см.
3. Подключите источник постоянного тока к двигателю.
4. Подайте на двигатель минимально возможное напряжение и дождитесь стабилизации гироскопа.
5. Измерьте период прецессии с помощью секундомера.
6. Постепенно увеличивая напряжение, повторите измерения периода прецессии.

Примечания. Вы можете немного увеличивать напряжение на двигателе для балансировки диска, а затем уменьшать до необходимого значения. Если даже после этого вибрация не позволяет провести измерения, проверьте все крепёжные узлы установки. При необходимости затяните гайки и винты. Следите за тем, чтобы ось гироскопа всегда не касалась опоры карданового подвеса.

B1 Занесите в таблицу прямые измерения и пересчитайте их в период прецессии (с). **1.5**

B2 По своим измерениям рассчитайте среднеквадратичное отклонение (standard deviation) и среднеквадратичное отклонение среднего значения (standard error) периода прецессии. Для одного из наборов данных явно напишите расчетные шаги. **0.8**

B3 Постройте график зависимости периода прецессии от напряжения на двигателе. Нанесите на график погрешности и проведите аппроксимирующую кривую. **0.9**

B4 Аппроксимируйте полученную экспериментальную зависимость некоторой кривой и определите её параметры. **0.2**

Напряжение, В	Ток, мА	Скорость вращения, об/мин
3.7	176	7200
4.8	185	9700
6.0	205	12600
7.4	230	15600
9.6	245	19800
12.0	298	24500

Примечание: не подавайте на мотор напряжение больше 6 В вне зависимости от наличия иных данных в таблице!

B5 По данным таблицы выше, получите зависимость скорости прецессии от скорости вращения двигателя. **1.0**

Известно, что момент инерции тонкого кольца массой M и радиусом R равен $I = MR^2$.

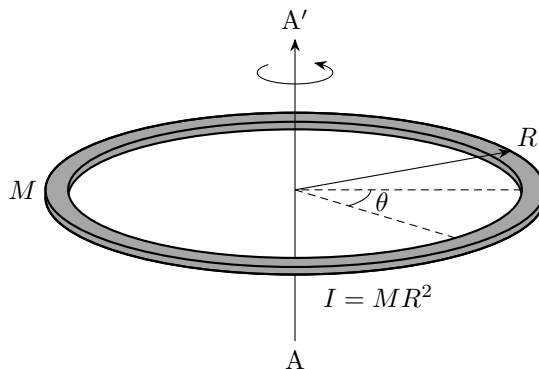


Рис. 2. Момент инерции однородного кольца

B6 (i) Найдите момент инерции однородного диска той же массы и того же радиуса относительно оси AA' . **0.5**

B6 (ii) Рассчитайте численно момент инерции однородного диска диаметром 20 см и толщиной 3 мм. **0.2**

Известно, что скорость прецессии однородного диска, вращающегося вокруг оси AA' , равна

$$\omega_p = \frac{mgr}{I\omega_s},$$

где m — масса вращающегося диска, r — расстояние от крепежа карданового подвеса до центра масс системы, I — момент инерции вращающегося диска, ω_s — скорость вращения гироскопа.

B6 (iii) Зарисуйте установку, указав все внешние силы, действующие на неё. Выведите указанную выше формулу для скорости прецессии однородного диска. Укажите на рисунке все величины, которые вы используете при выводе формулы. **1.0**

B6 (iv) Рассчитайте численно теоретическую скорость прецессии при напряжении на двигателе 6 В. Воспользуйтесь данными из таблицы выше. **0.4**

Часть С. Влияние длины плеча на прецессию гироскопа (2.1 балла)

Цель: исследовать влияние длины плеча гироскопа на параметры его прецессии.

Оборудование: гироскоп, регулируемый источник постоянного тока, двигатель, гониометр, секундомер, диск диаметром 20 см и толщиной 3 мм, линейка.

Ход работы

1. Ослабьте крепёжный винт, фиксирующий ось гироскопа.
2. Установите ось гироскопа так, чтобы расстояние от центра диска до точки прижима оси крепёжным винтом составляло 12 см.
3. Затяните крепёжный винт.
4. Подайте на двигатель напряжение 4.5 В и дождитесь стабилизации гироскопа.
5. Измерьте период прецессии с помощью секундомера.
6. Повторите измерения для длин плеча гироскопа в диапазоне от 12 см до 22 см.

Примечание: в этом пункте не требуется оценка погрешностей.

C1 Занесите в таблицу прямые измерения и пересчитайте их в скорость прецессии (рад/с).	1.2
---	------------

C2 Постройте график зависимости скорости прецессии от длины плеча гироскопа.	0.8
---	------------

C3 Как меняется скорость прецессии при изменении длины плеча?	0.1
(a) При увеличении плеча скорость прецессии увеличивается.	
(b) При увеличении плеча скорость прецессии уменьшается.	
(c) При увеличении плеча скорость прецессии не изменяется.	

Часть D. Влияние массы диска гироскопа (3.7 балла)

Цель: исследовать влияние массы вращающегося диска на параметры его прецессии.

Оборудование: гироскоп, регулируемый источник постоянного тока, двигатель, гониометр, секундомер, диски диаметром 20 см и толщиной 2 мм, 3 мм, 4 мм.

Ход работы

1. Аналогично предыдущему пункту ослабьте крепёжный винт, фиксирующий ось гироскопа.
2. Установите ось гироскопа так, чтобы расстояние от центра диска до точки прижима оси крепёжным винтом составляло 15 см.
3. Затяните крепёжный винт.
4. Установите на ось диск толщиной 2 мм.
5. Повторите шаги 3–6 части В.
6. Повторите измерения для диска толщиной 4 мм.

D1 Занесите в таблицу прямые измерения и пересчитайте их в скорость прецессии (рад/с).	1.7
---	------------

D2 Постройте график зависимости скорости прецессии от напряжения на моторе для всех используемых значений толщины диска, в том числе учтите измерения части В.	1.1
---	------------

D3 Как меняется скорость прецессии при изменении массы вращающегося диска?	0.1
(a) При увеличении массы диска скорость прецессии не меняется.	
(b) При увеличении массы диска скорость прецессии увеличивается.	
(c) При увеличении массы диска скорость прецессии уменьшается.	

D4 Вычислите массы дисков, используя измерения этой части. Не учитывайте вклад в момент инерции от других частей установки, кроме диска.	0.8
---	------------

Часть Е. Влияние момента внешних сил на прецессию гироскопа (3.5 баллов)

Цель: исследовать влияние внешних сил на параметры прецессии гироскопа.

Оборудование: гироскоп, диск диаметром 20 см и толщиной 2 мм, винты и гайки из серой нержавеющей стали, секундомер, гониометр.

Ход работы

1. Установите на ось гироскопа диск диаметром 20 см и толщиной 2 мм.
2. На другой конец оси установите в качестве противовеса диск диаметром 26 см.
3. Ослабьте крепёжный винт, фиксирующий ось гироскопа. Установите ось так, чтобы она была сбалансирована, т.е. была горизонтальна в положении равновесия.
4. Затяните крепёжный винт.
5. Подайте на двигатель напряжение 5 В и дождитесь установления скорости прецессии и угла наклона оси относительно горизонта.
6. Убедитесь, что система не прецессирует.
7. Отключите источник питания.
8. С помощью гаек закрепите несколько винтов в отверстиях большого диска.
9. Через длительное время угол наклона оси гироскопа относительно горизонта перестаёт меняться. С помощью гониометра измерьте этот угол.
10. Проведите измерения указанного угла, меняя количество винтов с гайками на большом диске.
11. Повторите измерения для разного количества винтов с гайками.
12. Рассчитайте погрешность ваших измерений.

E1 Занесите в таблицу прямые измерения и пересчитайте их в скорость прецессии (рад/с). Рассчитайте погрешности. **1.3**

E2 Постройте график зависимости скорости прецессии от числа винтов с гайками на большом диске. **0.8**

E3 Постройте график зависимости установившегося угла наклона оси от количества винтов с гайками на большом диске. **0.8**

E4 На основе полученных экспериментальных данных рассчитайте массу одного винта вместе с гайкой. **0.5**

E5 Теперь закрепите винты на вращающемся диске. В этом случае можно заметить, что изменяется величина и направление угловой скорости прецессии. Какой из параметров на это повлиял: m , g , r , I или ω_s ? Если ваш ответ содержит более одного параметра, приведите их в порядке убывания влияния. **0.1**

Часть F. Нутация (1.5 балла)

Цель: исследовать нутацию и затухание гироскопа.

Оборудование: гироскоп, регулируемый источник постоянного тока, двигатель, гониометр, секундомер, диск диаметром 20 см и толщиной 2 мм, диск-противовес диаметром 26 см.

Ход работы

1. Открутите все винты и гайки, оставшиеся на диске после прошлой части.
2. Ослабьте крепёжный винт и установите ось так, чтобы она была сбалансирована, т.е. была горизонтальна в положении равновесия.
3. Затяните крепёжный винт.
4. Подайте напряжение 4 В на двигатель и дождитесь стабилизации гироскопа.
5. Убедитесь, что диск вращается против часовой стрелки при взгляде с лицевой стороны.
6. Слегка толкните диск-противовес.
7. Пронаблюдайте возникшее движение системы. Запишите параметры, которые считаете нужными.
8. Измените плечи рычага так, чтобы в положении равновесия перевешивал большой диск.
9. Повторите шаги 5 и 6. Приподнимите ось гироскопа так, чтобы вращающийся диск находился выше горизонта.
10. Отпустите ось и наблюдайте возникшее движение.
11. Повторите шаги 7–9 с положением вращающегося диска ниже горизонта.

F1 Качественно зарисуйте траекторию центра вращающегося диска для обоих случаев (центр вращающегося диска выше/ниже горизонта). **0.4**

Наблюдаемое движение описывается динамическими уравнениям Эйлера:

$$I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_2 \omega_3 = \tau_1, \quad (1)$$

$$I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_3 \omega_1 = \tau_2, \quad (2)$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_1 \omega_2 = \tau_3, \quad (3)$$

где I_1, I_2, I_3 — моменты инерции относительно главных осей, $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — проекции угловой скорости на главные оси, τ_1, τ_2, τ_3 — проекции момента внешних сил на эти же оси.

F2 (i) Рассмотрим отдельную задачу в следующей модели: на систему не действуют внешние моменты сил, система симметрична относительно оси 3. Решая систему уравнений (1)–(3), получите некое уравнение колебаний и определите их частоту. **1.0**

F2 (ii) Приведите уравнение из решения предыдущего пункта, демонстрирующее гармоничность колебаний. **0.1**

Часть G. Применение гироскопа для самобалансировки (1.7 балла)

Введение: самобалансирующийся гироскоп — это устройство, использующее сохранение момента импульса для поддержания ориентации и равновесия. Он представляет собой вращающийся диск, ось которого может принимать произвольную ориентацию. Если гироскоп вращается, его ось будет оставаться в одном и том же положении в силу сохранения момента импульса. Самобалансирующиеся гироскопы применяются для стабилизации кораблей и самолётов, повышения устойчивости мотоциклов и велосипедов, а также для балансировки и точного управления в робототехнике.

Цель: понять и продемонстрировать принципы сохранения момента импульса и стабилизации гироскопа. Посредством сборки прототипа исследовать, как гироскопы ведут себя и поддерживают ориентацию в различных условиях.

- | | |
|--|------------|
| <p>G1 Используя имеющееся оборудование, соберите прототип самобалансирующегося гироскопа, и убедитесь в его способности к самобалансировке. Вы можете откручивать болты в креплении диска, отсоединять муфту от вала двигателя и менять сам диск. Собранный вами прототип должен быть безопасным.</p> <p>Приведите схему вашей установки. Перечислите все использованные вами элементы оборудования и явно укажите, какие из них подвижны, а какие — нет.</p> | 1.7 |
|--|------------|