



Task Edu

Введение

T [Task](#)S [Solution](#)M [Marking scheme](#)

A23

Механика контактного взаимодействия — классическая теория, описывающая взаимодействие тел при их динамическом контакте. Прежде всего, данная теория связана с именем Г. Герца, который первым получил значимые результаты в этой области. Вывод теории достаточно сложен, однако финальные уравнения в некоторых случаях решаются аналитически. Теория Герца следует из решений уравнений теории упругости с учётом следующих приближений:

1. Одна из контактных поверхностей — бесконечное полупространство;
2. Профиль давлений параболический (уравнение 2);
3. Модель полупространства также может быть использована для рассмотрения взаимодействия двух шариков, возможно, различных размеров.

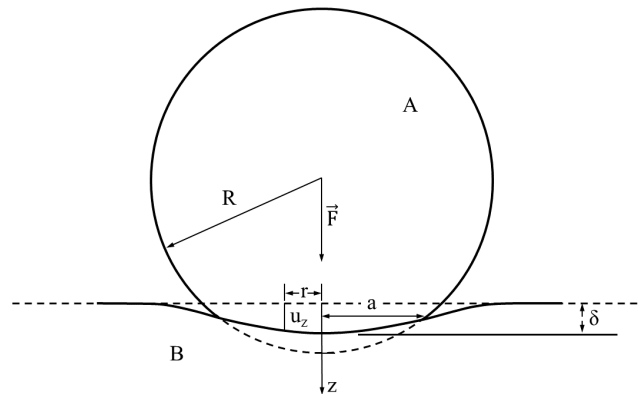


Рис. 1: A --- шарик, B --- полупространство.

Если на поверхность действуют только вертикальные силы, её вертикальное смещение может быть описано следующим выражением:

$$u_z(x, y) = \frac{2\pi}{E'} \iint \frac{p(x', y')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} dx' dy'$$

Здесь u_z — вертикальное смещение, E' — эффективный модуль Юнга ($\frac{1}{E'} = \frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2}$, где ν_1, E_1, ν_2, E_2 — коэффициенты Пуассона и модули Юнга контактирующих тел соответственно, они являются постоянными для выданных шариков, их значения будут указаны в пункте Е.1), $p(x, y)$ — контактное давление. Решение Герца получено для случая параболического профиля давлений (в общем случае уравнение не решается аналитически). В параболическом приближении хорошо описываются контакты сферических, эллиптических и цилиндрических тел.

$$p(r) = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{1/2}$$

где r — расстояние до произвольной точки плоскости. a называется контактным радиусом Герца, p_0 — максимальным давлением Герца. Подстановкой этого уравнения в уравнение (1) получается выражение для смещения Герца:

$$u_z = \frac{\pi p_0}{4E'a} (2a^2 - r^2), r \leq a$$

Эта задача состоит из двух частей:

- Маятник с большой амплитудой;
- Столкновения двух шариков.

Меры предосторожности:

1. Перед включением в розетку/отключением из розетки кабелей питания убедитесь, что всё оборудование выключено (все переключатели переведены в положение off).
2. Не меняйте настройки осциллографа до соответствующих указаний в тексте задачи.
3. Не допускайте попадания воды на электронное оборудование и в розетки.
4. Постарайтесь не разбирать изначальную экспериментальную установку до окончания экспериментов с ней. Вам может быть затруднительно вернуть её в исходное состояние.

Оборудование

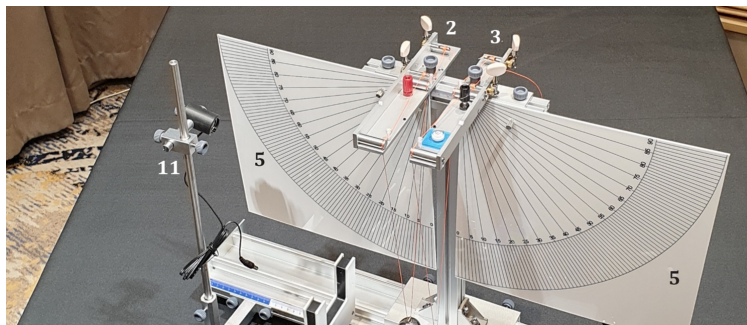


Рис. 2: Оборудование.

1. Платформа с направляющими (используется в обеих экспериментальных задачах)
2. Маятник 1 с устройством для подвеса (изначально подвешен большой шарик)
3. Маятник 2 с устройством для подвеса (изначально подвешен большой шарик)
4. Два шарика меньшего размера
5. Экраны-транспортиры с левой и правой сторон установки
6. Блок управления
7. Блок питания
8. Осциллограф с измерительным щупом
9. Соединительные провода (используются при регистрации соударений шариков)
10. Фотодатчик с соединительным кабелем для регистрации пролёта шариков
11. Электромагнит на штативе для удержания шарика
12. Отвес

Часть А. Маятник с большой амплитудой (1.4 балла)

В этой части задачи вам нужно найти зависимость максимальной скорости маятника от амплитуды его колебаний во всём диапазоне углов, доступных для измерения. Для проведения измерений вам потребуется менять параметры маятника. На каждом подвесе расположены две ручки (два гитарных колка). Они используются для регулировки положения шарика вверх/вниз (по оси z) и вперёд/назад (по оси y). Для регулировки влево/вправо (по оси x) используйте подвижную каретку, закреплённую двумя винтами (Рис. 3). В этой части используйте только один маятник. Второй шарик уберите наверх. Убедитесь, что его нити не препятствуют движению исследуемого маятника.

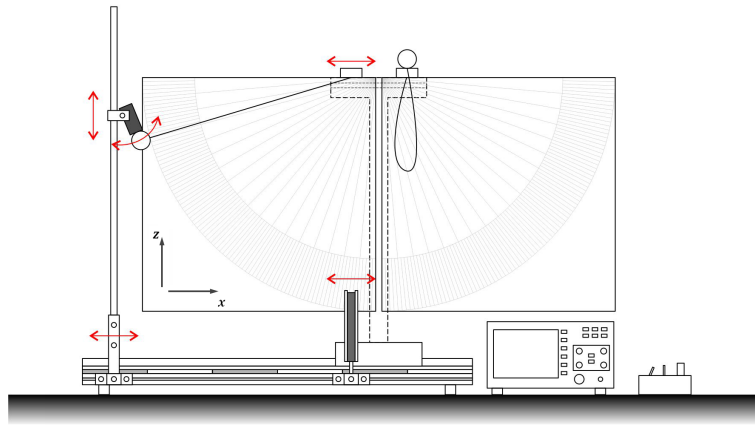


Рис. 3.

A1^{1.20} Найдите угловой коэффициент графика Δt^{-1} от $\sin \frac{\varphi_0}{2}$, где φ_0 — угловая амплитуда колебаний маятника, Δt — время пролёта шарика через фотодатчик.

Примечание 1. Чтобы измерить период с помощью осциллографа достаточно точно, вы можете ознакомиться с инструкцией по работе с осциллографом, приведённой в регламенте, а также выполнить упражнения, расположенные там же. Обратите внимание на модель вашего осциллографа.

Для экономии времени можно выполнить пункт В.1 вместе с этим пунктом. Упругость нити и намагничённость шарика могут повлиять в начальный момент на его движение. Поэтому не следует проводить измерения при первом пролёте шарика через фотодатчик.

A2^{0.20} Получите теоретическую зависимость максимальной скорости шарика от начального угла отклонения маятника.

Часть В. Период колебаний (1.9 баллов)

Зависимость периода колебаний маятника от угловой амплитуды задаётся следующим рядом:

$$T = T_0 \left(1 + \alpha \cdot \sin^2 \frac{\varphi_0}{2} + \beta \cdot \sin^4 \frac{\varphi_0}{2} + \dots \right)$$

Здесь T_0 — период малых колебаний маятника, α и β — некоторые постоянные, а φ_0 — угловая амплитуда.

B1^{1.60} Сняв зависимость периода колебаний от угловой амплитуды, постройте линеаризованные графики зависимости $T = f(\varphi_0)$. Учтите, что для разных диапазонов угла могут потребоваться разные линеаризации.

Определите по этим графикам величины T_0 , α и β .

Примечание 2. Чтобы измерить период с помощью осциллографа достаточно точно, вы можете ознакомиться с инструкцией по работе с осциллографом, приведённой в регламенте, а также выполнить упражнения, расположенные там же. Обратите внимание на модель вашего осциллографа.

B2^{0.30} Используя угловой коэффициент, найденный в пункте А.1, и значение T_0 , найденное в пункте В.1, вычислите ускорение свободного падения в Улан-Баторе. Диаметр большого металлического шарика примите равным $d = 31.75$ мм.

Часть С. Поведение шариков при столкновениях (0.7 баллов)

Начальные положения шариков и многие другие параметры установки заметно влияют на длительность столкновений, а также на положения точек контакта шариков. Поэтому при выполнении этой части задачи будьте предельно аккуратны при юстировке положения шариков. В этой части нужно пронаблюдать, как положение точки контакта шариков влияет на их поведение при соударениях. Случаи, которые необходимо рассмотреть, описаны в пунктах С.1–С.4 (положения шариков в состоянии покоя показаны соответственно на Рис. 4). На Рис. 5 приведены графики зависимости координаты x одного из шариков от времени. В пунктах этой части задачи каждому положению на Рис. 4, нужно сопоставить один из графиков на Рис. 5.

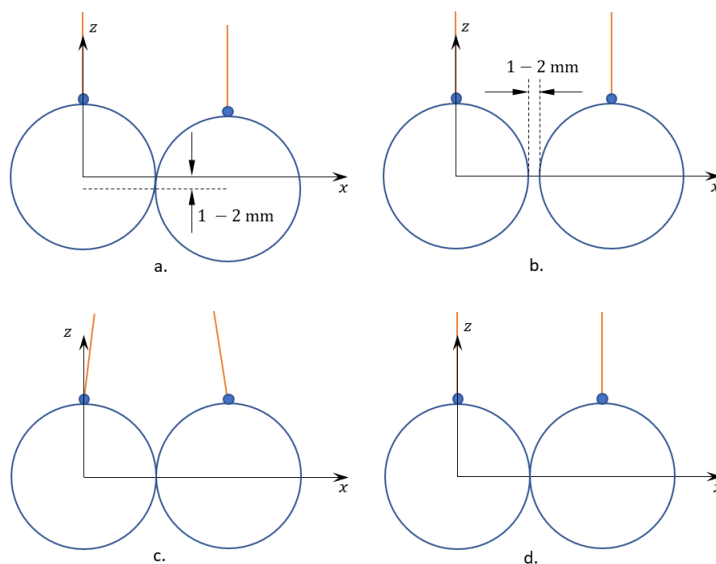


Рис. 4.

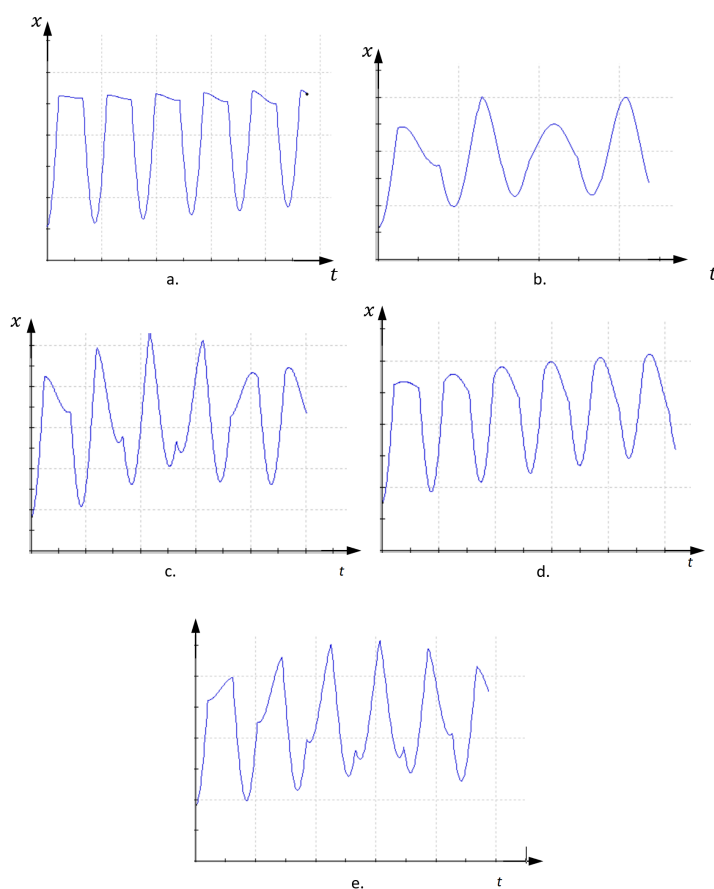


Рис. 5.

$C_1^{0.20}$ Когда оба шарика находятся в покое и равновесии, примем положение центра первого шарика за начало координат. Тогда положения шариков можно описать так: расстояние между центрами двух шариков по оси x равно $d_x = 2R$, расстояние по оси y равно $d_y = 0$, расстояние по оси z равно $d_z \approx 1 - 2$ мм, а нити, на которых подвешены шарики, практически параллельны (см. рисунок 4а). Отклоните шарик 1 на угол $25^\circ - 35^\circ$ и отпустите без начальной скорости (шарик 2 покоится). Запишите букву соответствующего графика в лист ответов.

$C_2^{0.20}$ Условия эксперимента: $d_x - 2R \approx 1$ мм, $d_y = 0$, $d_z = 0$, нити параллельны. Этого можно добиться, раздвинув точки подвеса шариков на 1 мм (см. рисунок 4б). Отклоните шарик 1 на угол $25^\circ - 35^\circ$ и отпустите без начальной скорости (шарик 2 покоится). Запишите букву соответствующего графика в лист ответов.

$C_3^{0.20}$ Условия эксперимента: $d_x \approx 2R$, $d_y = 0$, $d_z = 0$, точки подвеса шариков соприкасаются. Нити в этом случае не будут параллельны (см. рисунок 4с). Отклоните шарик 1 на угол $25^\circ - 35^\circ$ и отпустите без начальной скорости (шарик 2 покоится). Запишите букву соответствующего графика в лист ответов.

C4^{0.10} Условия эксперимента: $d_x \approx 2R$, $d_y = 0$, $d_z = 0$, точки подвеса шариков разделены между собой, нити параллельны (см. рисунок 4d). Отклоните шарик 1 на угол $25^\circ - 35^\circ$ и отпустите без начальной скорости (шарик 2 покоится). Запишите букву соответствующего графика в лист ответов.

Часть D. Время соударения (3.0 балла)

При соударении шарики будут некоторое время соприкасаться, пока снова не разлетятся. В этой части задачи исследуется зависимость времени соударения (τ) от различных параметров шариков. Для получения зависимости вам нужно будет исследовать параметры соударений шариков одинакового или разного размеров. Для измерения времени соударения используется электрическая цепь, показанная на рисунке 6. К шарикам прикреплены дополнительные тонкие металлические провода, нейлоновые нити используются только в качестве подвеса маятника. Обеспечьте надёжный контакт проводов с шариками. Для этого используйте выданные зубочистки. С их помощью можно закрепить провода и нейлоновые нити в креплении шарика. Вставляйте зубочистку только с одной стороны крепления! Для замены проводов необходимо достать зубочистку, для этого вам выдана скрепка (Рис. 7).

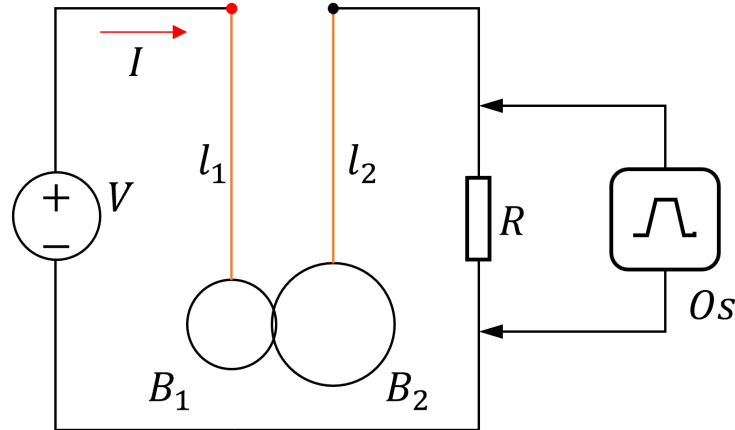


Рис. 6: B_1 --- шарик 1, B_2 --- шарик 2, Os --- осциллограф

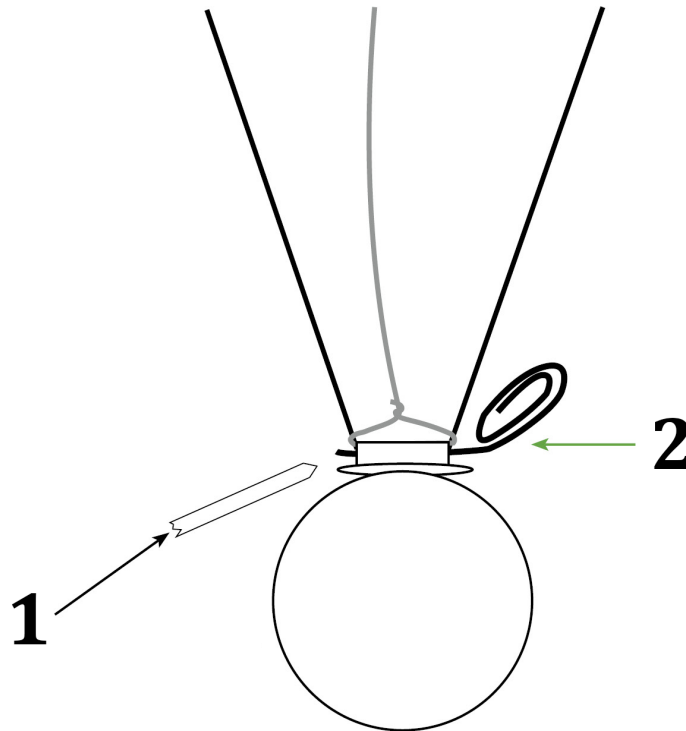


Рис. 7: 1 --- зубочистка, 2 --- скрепка

D1^{0.40} Время соударения шариков τ задаётся выражением: $\tau = A \cdot x_1^{e_1} \cdot x_2^{e_2} \cdot \dots \cdot x_n^{e_n}$, где A — безразмерная постоянная, а x_1, x_2, \dots, x_n — параметры, влияющие на соударение. Каким физическим величинам соответствуют эти параметры? Показатели e_1, e_2, \dots, e_n будут определены в пунктах D.2 и D.3.

D2^{1.20} Снимите экспериментальные точки и постройте подходящие графики необходимых линеаризованных зависимостей. С их помощью найдите некоторые из показателей степеней в выражении для τ из пункта D.1.

D3^{0.40} Используя метод размерностей и результаты пункта D.2, определите оставшиеся показатели степеней.

D4^{1.00} Найдите численное значение A с высокой точностью (не менее 4 значащих цифр).

Часть E. Параметры контактной деформации (3.0 балла)

Используя выражение для максимальной скорости, полученное в пункте A.2, и экспериментальные данные, полученные в пункте D.2, найдите следующие параметры для нескольких значений начальных углов. ($\nu = \nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $E = E_1 = E_2 = 200$ ГПа, массы шариков $m_1 = 131.48$ г, $m_2 = 67.55$ г, диаметры шариков $d_1 = 31.75$ мм, $d_2 = 25.42$ мм.)

E1^{0.60} Получите выражение для средней силы деформации F_{av} и найдите её численное значение.

E2^{0.60} Получите выражение для максимального смещения Герца δ и найдите его численное значение.

E3^{0.60} Получите выражение для радиуса Герца a и найдите его численное значение.

E4^{0.60} Получите выражение для максимального давления Герца P_0 и найдите его численное значение.

E5^{0.60} Получите выражение для среднего давления P_{av} и найдите его численное значение.

E

Механика

Соударения

Осциллограф

Азиатские

Метод размерностей

2023

Быстрый процесс