

Task EduT [Task](#)S [Solution](#)M [Marking scheme](#)

↪ A22

Лорд Релей посетил город Дарджилинг в Индии в 1897 г. Глядя на гору Эверест на расстоянии 170 км, он вспомнил о вопросе про затухание света в воздухе и видимость далеких пиков, который Джеймс Максвелл задавал на 26 лет раньше. Два года спустя, в 1899, лорд Релей опубликовал знаменитую статью, в которой исследовал эту проблему. В задаче мы постараемся воссоздать современную версию рассуждений Релея.

Представим нейтральную молекулу воздуха как неподвижный положительный заряд  $q$ , окруженный сферически симметричным однородным заряженным облаком массы  $m$ , радиуса  $r$  с зарядом  $-q$ . Собственная (циклическая) частота колебаний молекулы  $\omega_0$ . Под действием падающего света отрицательно заряженное облако колеблется, сохраняя сферическую форму, с циклической частотой  $\omega$ :

$$y = y_0 \cos(\omega t),$$

Поле падающей световой волны:

$$\vec{E}(t) = E_0 \cos(\omega t) \hat{y}.$$

Здесь  $y$  обозначает расстояние между неподвижным положительным зарядом и центром отрицательно заряженного облака молекулы.

A1<sup>0.50</sup> Запишите уравнения движения для  $y$ . Величина вклада в ускорение за счет электрического поля равна  $E(t)q/m$ .

A2<sup>0.50</sup> Используя приведенную выше информацию и решая уравнение для  $y$ , найдите амплитуду колебаний.

A3<sup>0.50</sup> Найдите дипольный момент  $p(t)$  молекулы воздуха как функцию времени в случае  $\omega \ll \omega_0$ .

A4<sup>0.50</sup> Получите выражение для  $\omega_0$  через  $q$ ,  $m$  и  $r$ .

Диполь с синусоидальной зависимостью дипольного момента от времени излучает электромагнитные волны. Мощность излучения зависит от амплитуды дипольного момента  $p_0 = qy_0$ , электрической постоянной  $\epsilon_0$ , скорости света  $c$ , и частоты колебаний  $\omega$ .

B1<sup>1.00</sup> Используя анализ размерностей, выразите излучаемую мощность  $s$  через приведенные выше величины.

B2<sup>0.20</sup> Коэффициент пропорциональности равен  $1/12\pi$ . Выразите ответ для излучаемой мощности  $s$  через  $E_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega$  и другие величины. Примите  $\omega \ll \omega_0$ .

Интенсивность электромагнитной волны равна  $\frac{1}{2}c\epsilon_0 E_0^2$ . Эта интенсивность уменьшается вдоль светового луча, поскольку мощность  $S = n_0 s$  рассеивается в единице объема. Здесь  $n_0$  — количество молекул в единице объема.

C1<sup>1.00</sup> Запишите дифференциальное уравнение для затухания интенсивности  $I(x)$ .

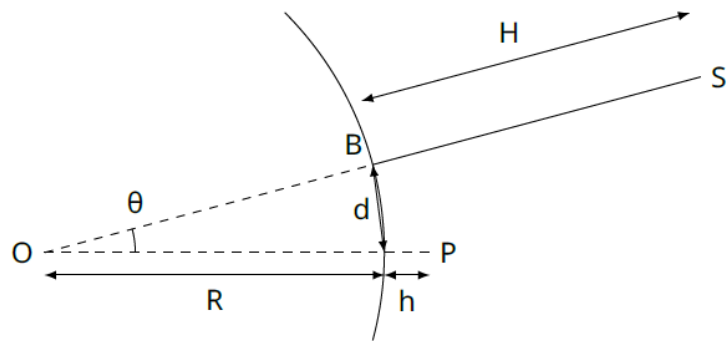
C2<sup>0.50</sup> Получите выражение для интенсивности  $I(x)$  как функции  $x$  через характерное расстояние  $L$ , на котором происходит затухание интенсивности. Начальная интенсивность равна  $I_0$ .

C3<sup>0.30</sup> Пусть  $m$  равна массе электрона (обычно заряженное облако состоит из одного электрона) и возьмите

$$\begin{aligned} n_0 &= 2.54 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}, \\ \omega_0 &= 1.25 \times 10^{16} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}, \\ \omega &= 3.25 \times 10^{15} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}. \end{aligned}$$

Получите численное значение  $L$  в километрах.

D1<sup>2.00</sup> На рисунке точка  $P$  обозначает Дарджилинг, горная станция (поселение в горах) в восточных Гималаях на высоте  $h = 2042$  м над уровнем моря. Линия  $BS$  обозначает гору Эверест, которая находится на расстоянии  $d = 170$  км от Дарджилинга, а высота равна  $H = 8848$  м. Другая гора Канченджанга (не показана на рисунке) находится на расстоянии 75 км от Дарджилинга, ее высота 8586 м. Получите выражение и численные значения для вертикальных высот  $H'$  этих гор, как они выглядят для наблюдателя из Дарджилинга, через упомянутые выше величины. Считайте, что наблюдатель не может видеть ниже локального горизонта. Изобразите соответствующий рисунок. Радиус Земли  $R$  равен 6378 км.



E1<sup>1.00</sup> Примите за исходное (reference) значение видимой яркости вершины горы Канченджанга, как она выглядит из Дарджилинга. Чему будет равно отношение яркости вершины горы Эверест, как она выглядит из Дарджилинга, к интенсивности Канченджанга? Изменением концентрации воздуха с высотой можно пренебречь. Если интенсивность составляет 5% или больше начального значения, гора считается видимой. Можно ли увидеть Эверест из Дарджилинга.

F1<sup>1.00</sup> Выше мы нашли характерную длину затухания  $L$ , связанную с рассеянием на молекулах воздуха. Сейчас мы рассматриваем длину затухания  $L_p$  связанную с рассеянием частицами  $\text{aerosol}$  (загрязнение).  $L_p$  зависит от концентрации  $n$  частиц и от площади сечения  $\pi r^2$  частицы аэрозоля радиуса  $r$ . Получите эту зависимость, используя физические соображения и метод размерностей. Безразмерную константу примите равной  $1/8$ . С учетом малости загрязнения в Дарджилинге, плотность аэрозоля равна  $\rho_p = 5 \text{ мкг/м}^3$ , а средний радиус частиц равен 500 нанометров. Чему равна длина  $L_p$ ? Пусть плотность одной частицы аэрозоля  $\rho = 3 \text{ г/см}^3$ . Примечание:  $1 \text{ мкг} = 10^{-9} \text{ кг}$  и  $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$ .

G1<sup>1.00</sup> Оцените относительную яркость Канченджанга и Эвереста с приведенным выше уровнем

T    Оптика    Волновая оптика    Азиатские    2022    Поглощение