



## Task Edu

T [Task](#)S [Solution](#)M [Marking scheme](#)

A19

## Введение

Активные ядра галактик (АЯГ) состоят из сверхмассивных черных дыр в центре и излучают большое количество энергии и частиц. Одной из их особенностей являются джеты, которые можно наблюдать с помощью электромагнитных волн, в том числе регистрируя рентгеновское излучение. Джеты (релятивистские струи) представляют собой потоки релятивистской плазмы, длиной порядка  $10^{20}$  м, то есть десятки тысяч световых лет. Рентгеновское излучение джетов объясняется синхротронным излучением релятивистских электронов прецессирующих в магнитном поле джета.

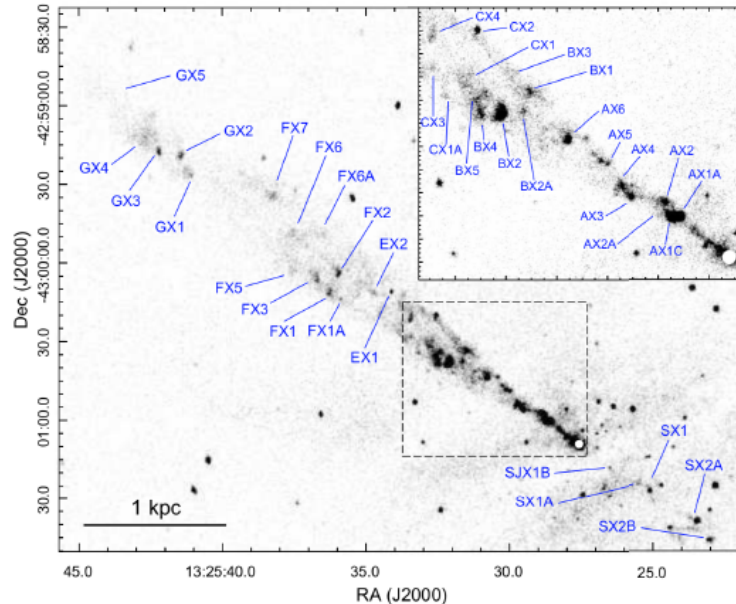


Рис. 1. Рентгеновское изображение джета от Centaurus A АЯГ. Темные области на светлом фоне соответствуют более яркой интенсивности рентгена. Такие области называются узлами. (Snios et al., 2019)

## Часть А. Модель джета как 1D (одномерное) течение жидкости (3.8 балла)

Джет можно описать так. Поток частиц является установившимся и направлен радиально от центра АЯГ. Поэтому его можно считать одномерным. Плазма находится в механическом равновесии с окружением. Предполагается, что джет набирает массу за счет того, что звезды внутри него теряют массу и отдают её джету.

Джет удобно описывать следующими параметрами: расстояние вдоль струи от АЯГ до некоторой точки  $s$ , и радиус струи в этой плоскости  $r$  (рис. 2). Расстояния измеряются в парсеках, где  $1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ м}$ . Скорость потока джета направлена только вдоль струи и является функцией только  $s$ . Плазма джета состоит из электронов, протонов и некоторых заряженных ядер. Средняя энергия одной частицы в системе отсчета, которая движется вместе с некоторым рассматриваемым местом в джете (далее система отсчета джета), равна  $\epsilon_{av} = \mu_{pp}c^2 + h$ . Слагаемое  $h$  включает в себя всю тепловую кинетическую энергию и потенциальную энергию. Слагаемое  $h$  зависит от давления  $P$  и концентрации частиц плазмы  $n$ . Звезды, которые находятся в джете, теряют часть своей атмосферы. В результате, в джет в единицу объема за единицу времени инжектируется масса  $\alpha$ , которая находится в покое относительно АЯГ. Данная модель может быть применена к джету Centaurus A. Полная мощность переносимая джетом равна  $P_j = 1 \times 10^{36} \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1}$ . На рисунке 2 показана схема джета и указаны числовые значения его параметров.  $s_1$  координата начала джета,  $s_2$  координата конца джета. Средняя масса частицы джета равна  $\mu_{pp} = 0.59m_p$ , а  $h = \frac{13}{4}P/n$ . Давление в плазме окружающей джет равно

$$P(s) = 5.7 \times 10^{-12} \left( \frac{s}{s_0} \right)^{-1.5} \text{ Па, где } s_0 = 1 \text{ кpc.}$$

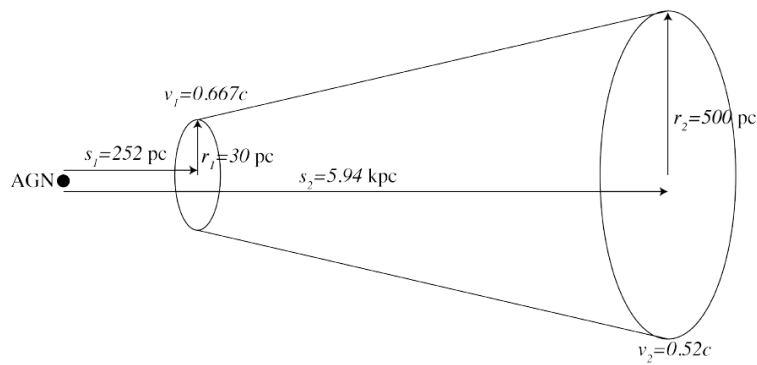


Рис. 2. Джет Centaurus A, показана геометрия джета относительно АЯГ.

В некоторой точке  $s$  джет описывается следующими параметрами, каждый зависит от расстояния:

- радиус джета  $r(s)$  в системе отсчета АЯГ
- площадь поперечного сечения  $A(s)$  в системе отсчета АЯГ
- скорость течения джета  $v(s)$  в системе отсчета АЯГ
- гамма-фактор джета  $\gamma(s)$  в системе отсчета АЯГ
- концентрация частиц джета  $n(s)$  в системе отсчета джета

В пунктах А1-4 считайте, что эти параметры известны.

А1<sup>0.30</sup> Найдите концентрацию частиц в системе отсчета АЯГ  $n'(s)$ , через концентрацию частиц в системе отсчета джета  $n(s)$  и другие параметры. Система отсчета джета в каждой точке движется с той же скоростью, что и джет в этой точке.

А2<sup>0.20</sup> Найдите количество частиц в единицу времени  $F_p(s)$ , которые пересекают сечение джета площадью  $A(s)$  на расстоянии  $s$  от АЯГ.

А3<sup>0.50</sup> Запишите уравнение непрерывности для количества частиц, втекающих и вытекающих из джета, через параметры  $s_1$  и  $s_2$ , полный объем джета  $V$ , и другие необходимые параметры.

А4<sup>0.60</sup> Запишите соотношение для энергий за единицу времени, втекающей и вытекающей из джета. Выразите эти величины через скорости джета, площади поперечного сечения, концентрации в системе отсчета джета в точках  $s_1$  и  $s_2$ , полный объем джета  $V$  и другие необходимые параметры.

Мощность, переносимая джетом определяется как сумма всей кинетической энергии потока и полной тепловой энергии потока, поэтому

$$P_j(s) = F_E(s) - \dot{M}c^2$$

где  $F_E(s)$  — количество энергии за единицу времени, переносимой джетом через некоторое сечение в точке  $s$ , и  $\dot{M}$  — масса, переносимая джетом через некоторое сечение на расстоянии  $s$  от АЯГ.

А5<sup>0.60</sup> Используйте ответы предыдущих частей и найдите  $\frac{dP_j}{ds}$ .

А6<sup>0.40</sup> Вычислите  $\dot{M}_1$  в точке  $s_1$ , и  $\dot{M}_2$  в точке  $s_2$ .

А7<sup>0.50</sup> Найдите выражения для величины импульса переносимого за единицу времени  $\Pi$ , через сечение джета Centaurus A. Также вычислите эту величину.

А8<sup>0.50</sup> Найдите и вычислите силу  $F_{Pr}$ , действующую на джет и возникающую из-за внешнего давления.

А9<sup>0.20</sup> Запишите ожидаемое соотношение между  $\Pi$  и  $F_{Pr}$ . Также вычислите разницу (в процентах) между значением  $\Pi$  из А.7 и ожидаемым значением.

### Часть В. Газ ультрарелятивистских электронов (2.2 балла)

Рассмотрим газ ультрарелятивистских электронов ( $\gamma \gg 1$ ), с изотропным распределением скоростей (не зависят от направления). Концентрация частиц с энергиями в интервале от  $\epsilon$  до  $\epsilon + d\epsilon$  равна  $f(\epsilon)d\epsilon$ , где  $\epsilon$  — энергия одной частицы. Площадь стенки, с которой взаимодействует газ, равна  $\Delta A$ .

В1<sup>0.20</sup> Запишите в виде интеграла выражение для полной энергии единицы объема для газа электронов.

В2<sup>0.80</sup> Найдите выражение скорости изменения z-компоненты (перпендикулярной стенке) импульса  $\Delta p_z / \Delta t$  всех частиц газа ударившихся о стенку.

В3<sup>0.60</sup> Выведите уравнение состояния для газа ультрарелятивистских электронов, связывающее давление, объем и полную внутреннюю энергию.

B4<sup>0.60</sup> Выведите связь между давлением и объёмом для адиабатического процесса над ультрарелятивистским газом.

### Часть С. Синхротронное излучение (1.7 балла)

В джете из АЯГ содержится много высокоэнергетических электронов, которые в сильных магнитных полях излучают. Эти электроны можно считать ультрарелятивистскими:  $\gamma \gg 1$ .

C1<sup>0.70</sup> Найдите выражение для угловой скорости прецессии  $\Omega$  электрона с гамма-фактором  $\gamma$ . Угол между магнитным полем  $B$  и направлением движения электрона  $\phi$ .

Так как электрон в магнитном поле движется ускоренно, он излучает электромагнитные волны. В системе, сопутствующей системе отсчета, которая движется с текущей скоростью электрона, нет выделенного направления для излучения. Однако, в системе отсчета наблюдателя ультрарелятивистские  $\gamma \gg 1$  электроны в основном излучают вперёд в конус с  $\theta \lesssim 1/\gamma$  (то есть, угол раствора конуса  $2/\gamma$ ). Так как электрон прецессирует в магнитном поле, наблюдатель будет фиксировать только короткие вспышки излучения, так как линия наблюдения иногда оказывается в конусе.

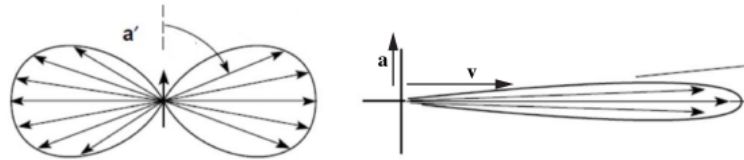


Рис. 3. Слева: распределение мощности излучения электрона, движущегося с ускорением, направленным вверх страницы. Система отсчета, в которой скорость в данный момент времени равна нулю. Справа: распределение мощности излучения того же электрона в системе отсчета наблюдателя. Большая часть излучается в конус вперёд.

C2<sup>0.50</sup> Найдите продолжительность вспышек  $\Delta t$  синхротронного излучения, которые увидит наблюдатель. Гамма-фактор электрона  $\gamma$ , угол между магнитным полем и направлением движения электрона  $\phi$ .

C3<sup>0.30</sup> Отсюда оцените характерную частоту  $\nu_{\text{сир}}$  синхротронной вспышки.

Полная мощность синхротронного излучения

$$P_s = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \left( \frac{q^4 B^2 \sin^2 \phi}{m^4 c^5} \right) E^2$$

C4<sup>0.20</sup> Оцените время  $\tau$  за которое электрон с энергией  $E$  потеряет свою энергию. Процесс называется синхротронным охлаждением.

### Часть D. Синхротронное излучение АЯГ джета (2.3 балла)

Обычно распределение электронов по энергии в джете описывается степенным законом вида  $f(\epsilon) = \kappa\epsilon^{-p}$ , где  $f(\epsilon)d\epsilon$  — концентрация частиц с энергией в интервале от  $\epsilon$  до  $\epsilon + d\epsilon$ . Соответствующий спектр синхротронного излучения зависит от распределения энергии электронов, а не от спектра для отдельного электрона. Этот спектр таков:

$$j(\nu)d\nu \propto B^{(1+p)/2} \nu^{(1-p)/2} d\nu .$$

Здесь  $j(\nu)d\nu$  плотность излученной энергии фотонов в диапазоне частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ .

Наблюдение джета Centaurus A и других показало структуру с характерными яркими областями, названных узлами. Наблюдение этих узлов в течении долгого времени показало как их перемещение, так и изменение яркости. Уменьшение яркости происходит либо из-за адиабатического расширения газа в узлах, либо синхротронного охлаждения электронов в узлах.

Рассмотрим произвольный объём плазмы. Считайте, что магнитный поток через поверхность границы объёма остаётся постоянным, даже если объём изменил форму или размер.

D1<sup>0.40</sup> Сферический узел изотропно расширяется от объёма  $V_0$  до объёма  $V$ . Начальное магнитное поле однородно и равно  $B_0$ . найдите магнитное поле  $B$  в расширившемся узле.

D2<sup>1.00</sup> Найдите  $f(\epsilon)$ , распределение электронов по энергиям, после адиабатического расширения сферического узла до объёма  $V$ . Считайте, что при объёме  $V_0$  начальное распределение электронов по энергиям  $f_0(\epsilon) = \kappa_0\epsilon^{-p}$ , где  $f_0(\epsilon)d\epsilon$  — есть концентрация электронов с энергией в диапазоне от  $\epsilon$  до  $\epsilon + d\epsilon$ .

D3<sup>0.30</sup> Рассмотрим как синхротронное охлаждение повлияет на распределение электронов. Рассмотрим распределение электронов по энергиям как функцию энергии  $\epsilon$ . Как изменится функция спустя некоторое время синхротронного охлаждения? Станет ли она более пологой, крутой, или не изменится? Поясните свой ответ, рассмотрев два электрона с энергиями  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ .

Таблица с данными наблюдений узлов (темных точек) в джетах двух АЯГ Centaurus A (Cen A) и M87.

АЯГ	Время между наблюдениями	Узел	Изменение яркости рентгеновских лучей	Изменение спектра рентгеновских лучей	Изменение яркости в других длинах волн (УФ, видимый свет)
Cen A	15 лет	AX1C	-23\%	Без изменений	Нет данных
Cen A	15 лет	BX2	-15\%	Без изменений	Нет данных
M87	5 лет	HST-1	-73\%	Нет данных	Без изменений
M87	5 лет	Узел А	-12%	Нет данных	Без изменений

$D4^{0.60}$  В таблице листа ответов укажите, какая причина наиболее вероятна для уменьшения яркости каждого узла. Также укажите, на основе какого такого пункта задачи вы сделали вывод?