

Дифракция в отраженном свете на одномерных структурах (12 баллов)

Введение

Недавно было открыто необычное явление при дифракции быстрых электронов на поверхности поверхности наноструктуры селенида цинка (ZnSe). Эта поверхность характеризуется не только одномерной неоднородной модуляцией, но также обладает периодической атомарной структурой вдоль одномерной наноструктуры (журнал *Nanotechnology*, 20 (21), 215607(2009)). На рисунке 1 показано сечение поверхности наноструктуры ZnSe, покрытой слоем золота; в нижнем углу вставлено изображение этой поверхности без покрытия золотом. 5 nm, 7.5 nm, Au, ZnSe, 200 nm, (110)

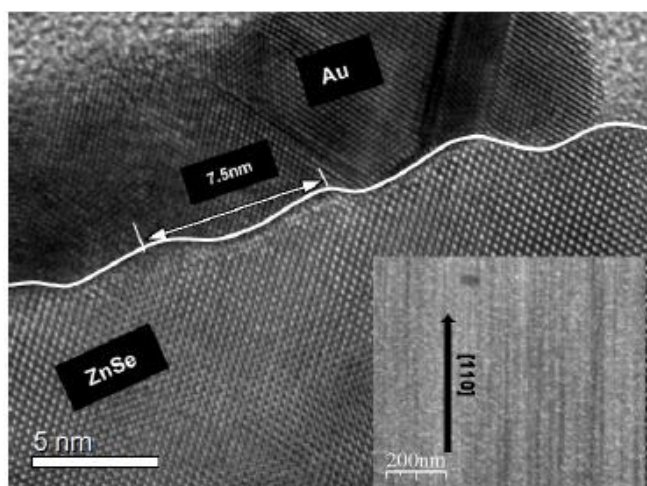


Рис. 1

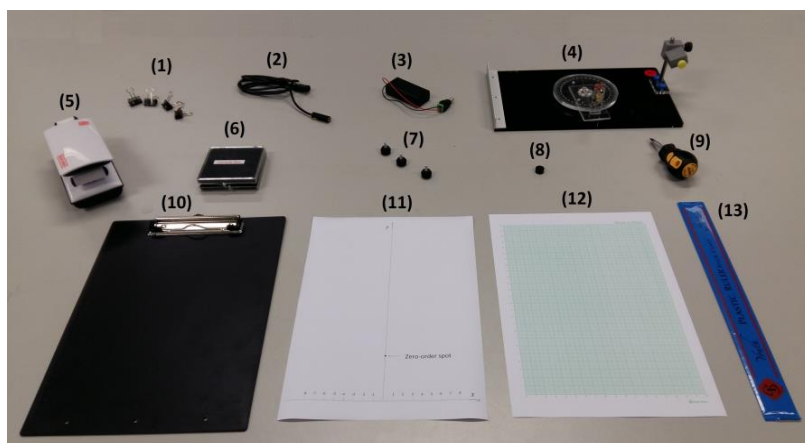


Рис. 2

Цель эксперимента

В данном эксперименте исследуется оптическая аналогия (в микронном масштабе) этого явления на образцах с одномерной структурой.

Перечень оборудования

[1]	4 зажима для бумаги
[2]	Полупроводниковый лазер
[3]	Блок питания (батарея) с выключателем
[4]	Оптическая платформа с вращающимся диском, шкалой для измерения угла поворота и держателем для полупроводникового лазера
[5]	Светодиодная лампа
[6]	Коробочка с образцами (от 1 до 5)
[7]	3 винта для крепления экрана
[8]	Насадка с отверстием
[9]	Отвертка с плоским наконечником
[10]	Экран
[11]	Лист для юстировки
[12]	Миллиметровка
[13]	Линейка 30 см

Фотографии основных элементов оборудования



Рис. 3. Экран

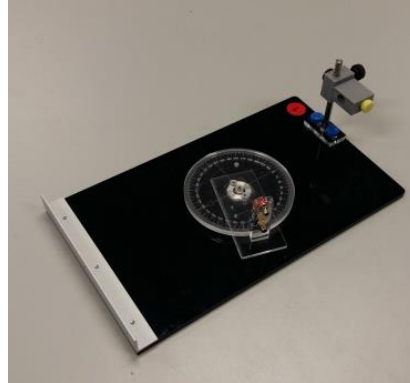


Рис. 4. Оптическая платформа с вращающимся диском, шкалой для измерения угла поворота и держателем для полупроводникового лазера



Рис. 5. Насадка с отверстием



Рис. 6. Полупроводниковый лазер выходной мощностью 0,5 мВт на длине волны 650 нм



Рис. 7. Коробочка с образцами (от 1 до 5)

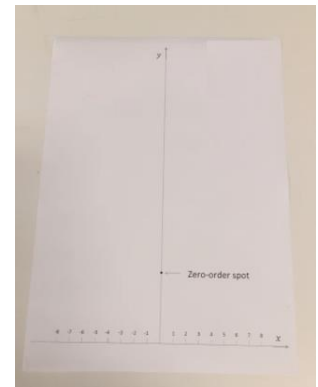


Рис. 8. Лист для юстировки

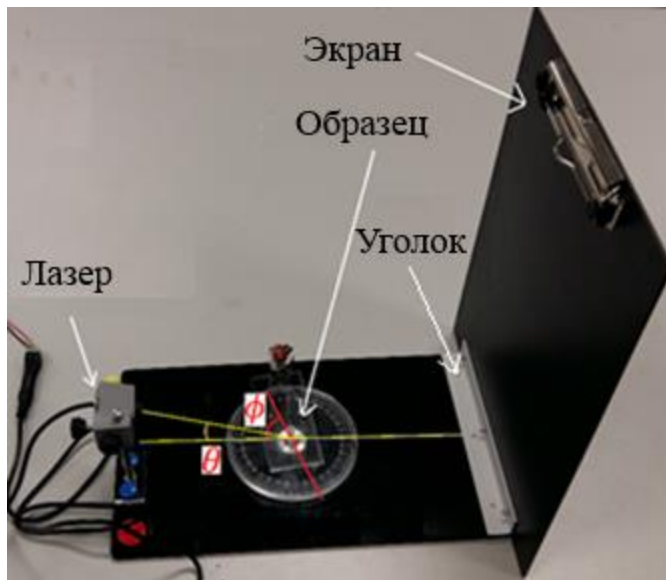


Рис. 9. Экспериментальная установка. Показаны: экран, образец, оптическая платформа с вращающимся диском, полупроводниковый лазер. Угол ϕ — это угол поворота образца. Угол θ — это угол падения луча, т.е. угол между лазерным лучом и горизонтальной поверхностью образца.

Об исследуемых образцах и их установке

- Все образцы, используемые в данном эксперименте, имеют квадратную форму с размерами $1,5 \text{ см} \times 1,5 \text{ см}$. Они помечены цифрами от 1 до 5 на одной из сторон держателя образца.
- Все держатели образцов имеют размеры $2,0 \text{ см} \times 2,0 \text{ см}$ с отметкой в виде треугольника, нанесенной около центра одной из сторон.
- Перед тем как класть образец на вращающийся диск, убедитесь, что стрелка на вращающемся диске установлена на значение 0° на угловой шкале. Когда вы кладете новый образец, постарайтесь разместить его в квадратную рамку на вращающемся диске. Положение образца $\phi = 0^\circ$ (для образцов №2 и 5) определено, когда отметка на держателе смотрит на значение 0° на угловой шкале.

№	Описание
1	Плоское зеркало
2	Стальная пластинка с прямыми неравноотстоящими штрихами (царапинками), параллельными двум краям образца
3	Периодическая решетка с постоянной решетки a
4	Подобен образцу 2 за исключением того, что неравноотстоящие штрихи (царапинки) ориентированы под углом ϕ^* по отношению к прямой линии, соединяющей отметки 0° и 180° на угловой шкале вращающегося диска
5	Стальная пластинка, на поверхность которой нанесены не только неравноотстоящие штрихи (царапинки), а также специально сделанные равноотстоящие штрихи. Шаг равноотстоящих штрихов — b . Эти равноотстоящие штрихи ориентированы перпендикулярно неравноотстоящим штрихам (царапинкам).

Меры предосторожности и общие рекомендации

1. **Внимание: Не направляйте лазерный луч в глаза!**
2. Выключайте полупроводниковый лазер, когда он не используется, чтобы не разрядить батарею.
3. Всегда держите образцы в вертикальном положении. Не касайтесь поверхности образцов.
4. Держите держатель образца за края руками, когда вы его перемещаете.

Предварительные настройки

1. Соберите экспериментальную установку так, как показано на рисунке 9. Прикрепите экран к платформе, используя три винта, как показано на рисунке 10.
2. Установите полупроводниковый лазер в держателе. *Примечание:* Несильно затягивайте желтый винт при закреплении лазера в держателе, его можно повредить.
3. Подсоедините блок питания к лазеру, как показано на рисунке 11.
4. Закрепите лист бумаги на экране, направьте луч лазера на экран. С помощью отвертки с плоским наконечником, подстройте лазер так, чтобы получить пятно диаметром примерно 1 мм.
5. Установите полупроводниковый лазер в держателе так, чтобы его головка выступала на 5-10 мм из держателя.
6. Закрепите насадку на лазер как показано на рисунке 12, с тем, чтобы диаметр луча можно было в дальнейшем уменьшать.
7. Подстройте положение лазера так, чтобы горизонтальная проекция луча совпадала с направлением $0-180^\circ$ на угловой шкале. Лазерный луч должен попадать примерно в центр исследуемого образца. Для этого воспользуйтесь винтами, которые регулируют положение и угол наклона держателя лазера (Рис. 13).



Рис. 10. Экран крепится к платформе с помощью трех винтов.

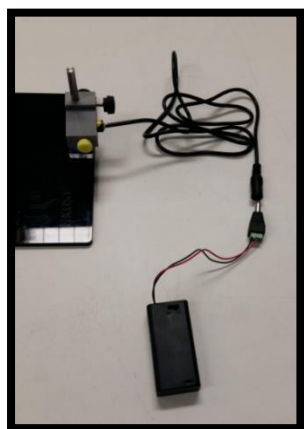


Рис. 11. Полупроводниковый лазер, подсоединенный к батарее.

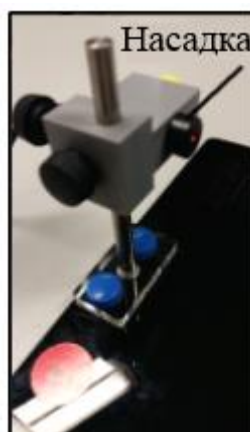


Рис. 12. Полупроводниковый лазер с прикрепленной насадкой.

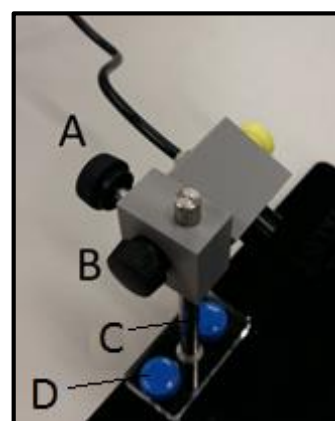


Рис. 13. Положение и угол наклона держателя полупроводникового лазера могут устанавливаться с помощью винтов, помеченных на рисунке буквами. Винт 'А' регулирует высоту лазерного луча. Винт 'В' регулирует наклон луча. Винты 'С' и 'D' регулируют горизонтальные перемещения держателя лазера.

Эксперимент

Часть А. Юстировка установки

Соберите установку, как показано на рисунке 9. Расстояние D между экраном и центром вращающегося диска зафиксировано и равно 15 см. Установите образец №1 в центр вращающегося диска (следуйте инструкциям по установке образцов на третьей странице описания). Прикрепите лист для юстировки к экрану так, чтобы ось x совпала с верхним ребром уголка, к которому крепится экран (можно загнуть назад часть листа, которая под осью x). Ось x задается именно так, потому что в данной установке поверхности всех образцов, установлены на одном уровне с верхним ребром уголка. **Нулевая отметка оси x должна лежать на продолжении прямой $0-180^\circ$.** В этом эксперименте угол падения θ лазерного луча фиксирован. Подстройте угол наклона и высоту расположения лазера, чтобы луч попадал примерно в центр образца №1, а отраженный луч совпадал с отметкой «нулевой порядок» на листе для юстировки.

A1	<p>Измерьте высоту h, на которой находится отметка «Нулевой порядок» от нулевой отметки оси x. Зная D и h, определите угол падения θ лазерного луча. Запишите значения h (в сантиметрах) и θ (в градусах) в лист ответов. Значения должны быть приведены с точностью до трех значащих цифр.</p>	0.6
----	--	-----

Часть В. Дифракция на образце №2

Замените образец №1 на образец №2 так, чтобы отметка на держателе образца совпала с отметкой 0° . Тогда не-равноотстоящие штрихи будет параллельны горизонтальной проекции лазерного луча. Образец можно поворачивать на вращающемся диске, а угол поворота ϕ можно измерять по угловой шкале.

Прикрепите миллиметровку к экрану. Убедитесь, что нижняя ось миллиметровки совпадает с верхним ребром уголка, к которому крепится экран (можно загнуть назад часть листа под осью). Также **нулевая отметка оси x должна лежать на продолжении прямой $0-180^\circ$.**

B1	<p>Для углов поворота $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ и 90° зарисуйте дифракционные картины на миллиметровке. Возле каждой из них подпишите соответствующее ей значение ϕ. Подпишите график, озаглавив его «#2».</p>	0.8
----	--	-----

Часть С. Дифракция на образце №3

Проведя эксперименты в этой и последующих частях задачи, мы попытаемся объяснить дифракционные картины из пункта В1. Замените образец №2 на образец №3 на вращающемся диске так, чтобы отметка на держателе образца совпала с отметкой 0° . При начальном расположении образца №3 (т.е. $\phi = 0^\circ$) штрихи решетки параллельны горизонтальной проекции лазерного луча.

Прикрепите миллиметровку к экрану. Убедитесь, что нижняя ось миллиметровки совпадает с верхним ребром уголка, к которому крепится экран, как описано в части В. Также **нулевая отметка оси x должна лежать на продолжении прямой $0-180^\circ$.**

C1	<p>Исследуя дифракцию на образце №3, отметьте на миллиметровке центры дифракционных пятен для углов поворота $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ и 90°. Возле каждой из дифракционных картин подпишите соответствующее ей значение ϕ. Подпишите график, озаглавив его «#3».</p>	0.8
----	---	-----

Выполнив пункты B1 и C1, вы могли заметить, что дифракционные картины на образце №2 — это линии, а на образце №3 — точки. Это связано с тем, что штрихи в образце №2 не равноотстоящие, т.е. он представляет собой дифракционную решетку с меняющейся постоянной решетки. Таким образом, дифракционная картина на образце №2 повторяет дифракционную картину на обычной решетке (как например на образце №3), однако дифракционные пятна уширяются и дают картину в виде линий.

Часть D. Теория для описания дифракционных картин на образце №3

Дифракционные картины на дифракционной решетке в отраженном свете можно описать с помощью геометрической оптики. Определим систему координат xuz , с началом в центре образца (Рис. 14).

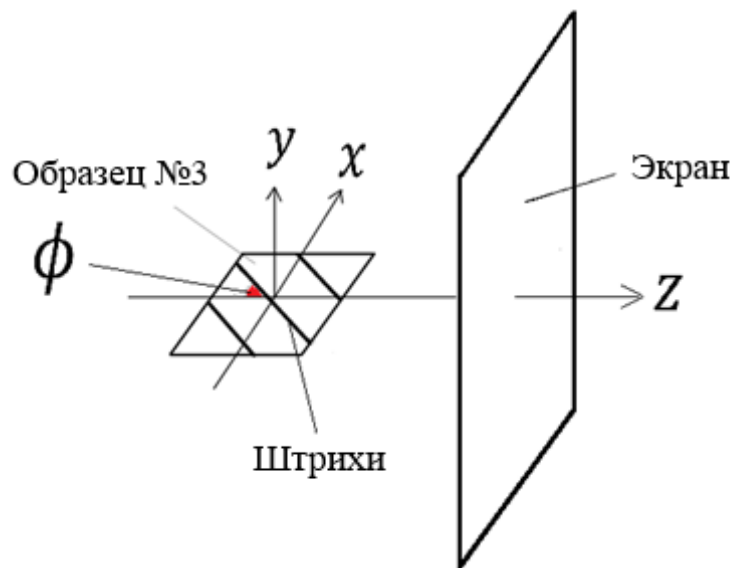


Рис. 14. Система координат xuz . Угол ϕ — угол поворота образца. Плоскость экрана перпендикулярна оси z .

Из геометрической оптики можно получить следующие выражения для положений дифракционных пятен при дифракции на образце №3 в отраженном свете

$$y^2 = \frac{(D \cos \phi + x \sin \phi)^2}{\cos^2 \theta \cos^2 \phi} - x^2 - D^2 \quad (1)$$

$$x = \frac{Dm\lambda \cos \phi}{a \cos \theta - m\lambda \sin \phi}, \quad (2)$$

где λ — длина волны лазера, m — порядок дифракции. По выражениям (1) и (2) можно рассчитать x и y координаты, как функцию угла ϕ . И можно показать, что дифракционные картины, наблюдаемые в пункте C1, удовлетворяют этим выражениям.

Из уравнений (1) и (2) можно получить, что для $\phi = 90^\circ$ дифракционные пятна должны лежать на оси y , при этом $x = 0$. Их y -координаты задаются выражением

$$y = D \sqrt{\frac{a^2}{(a \cos \theta - m\lambda)^2} - 1} \quad (3)$$

D1	Выражение (3) можно преобразовать в уравнение относительно постоянной решетки a $Aa^2 + Ba + C = 0.$ Получите выражения для A, B и C . Запишите ответы в лист ответов.	0.9
D2	Используя измеренные значения y -координат для образца №3 при $\phi = 90^\circ$, а также известные значения D, θ и λ , и решая квадратное уравнение, определите значение постоянной решетки a образца №3. Получите значения для каждого из дифракционных порядков от $m = 1$ до $m = 6$. Получите ответы в метрах с точностью до трех значащих цифр. Запишите результаты в лист ответов. <i>Подсказка:</i> Порядки, по которым нужно произвести расчет, — это 6 пятен, расположенных над пятном нулевого порядка.	1.8
D3	Рассчитайте среднее значение постоянной решетки a в метрах с точностью до трех значащих цифр. Рассчитайте также среднеквадратичное отклонение. Запишите результаты в лист ответов.	0.8

Часть E. Определение угла ϕ^* для образца №4

Замените образец №3 на образец №4 так, чтобы отметка на держателе образца совпала с отметкой 0° . Расположите образец №4 на вращающемся диске так, чтобы горизонтальная проекция луча лазера была перпендикулярна грани, над которой нанесена отметка.

Прикрепите миллиметровку к экрану. Убедитесь, что нижняя ось миллиметровки совпадает с верхним ребром уголка, к которому крепится экран (можно загнуть назад часть листа под ось). Также нулевая отметка оси x должна лежать на продолжении прямой $0-180^\circ$.

E1	Дифракционная картина на образце №4 представляет собой кривую. Снимите y -координаты вдоль этой кривой. Нужно снять координаты 10 точек в диапазоне от $x = -1.0$ см до $x = 3.5$ см с шагом 0.5 см. Результаты измерений запишите в сантиметрах. Занесите результаты в таблицу на листе ответов.	0.6
E2	Из уравнения (1) заданных в части D получите линейное уравнение вида $M(y, x, D, \theta) = I(D) + S(\phi^*)x$ Найдите выражения для $M(y, x, D, \theta), I(D)$ и $S(\phi^*)$. Постройте график зависимости M от x , используя данные из пункта E1. Из графика определите угол ϕ^* в градусах. Запишите найденные выражения и значение угла ϕ^* в лист ответов.	1.6

Часть F. Дифракция на образце №5

Замените образец №4 на образец №5 так, чтобы отметка на держателе образца совпала с отметкой 0° . Геометрия образца №5 показана на рисунке 15. Начальное положение образца №5 — когда не-равноотстоящие штрихи (царапинки) параллельны горизонтальной проекции лазерного луча.

Прикрепите миллиметровку к экрану. Убедитесь, что нижняя ось миллиметровки совпадает с верхним ребром уголка, к которому крепится экран (можно загнуть назад часть листа под осью). Также нулевая отметка оси x должна лежать на продолжении прямой $0-180^\circ$.

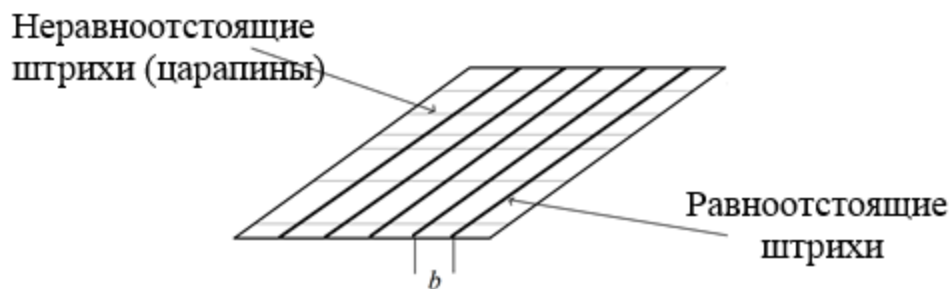


Рис. 15. Структура образца №5. Показаны не-равноотстоящие штрихи (царапинки) и специально сделанные равноотстоящие штрихи. Шаг равноотстоящих штрихов — b .

F1	<p>Зарисуйте дифракционные картины для углов поворота $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ и 90°. Зарисуйте дифракционные картины для каждого из углов на отдельном листе миллиметровки. Подпишите листы миллиметровки, озаглавив их «#5» и указав соответствующее ему значение ϕ. Вы сможете увидеть более 10 дифракционных порядков. Однако, вам нужно зарисовать только три наиболее ярких порядка на каждом из листов миллиметровки.</p>	0.8
----	---	------------

Структуру образца №5 можно рассматривать как комбинацию образцов №2 и №3. В нем специально сделанные равноотстоящие штрихи нанесены перпендикулярно неравноотстоящим штрихам (царапинкам). Это оптическая аналогия нанорешетки, описанной во введении.

F2	<p>Учитывая сказанное выше, оцените значение b (в метрах) шага равноотстоящих штрихов образца №5. Для этого используйте зарисованную дифракционную картину для $\phi = 0^\circ$ из пункта F1. Запишите значение b в лист ответов.</p> <p><i>Примечание:</i> При оценке значения b вам нужно только использовать измеренные данные для первого порядка дифракции. Оцененное значение b нужно округлить до трех значащих цифр.</p>	1.6
----	---	------------

Часть G. Определение расстояния между плоскостями решетки ZnSe

Во введении сказано, что такое явление впервые было открыто при исследовании дифракции быстрых электронов (ДБУ, *англ.* reflection high energy electron diffraction, RHEED) на поверхности наноструктуры ZnSe. Его поверхность обладает одномерной вариацией параметра (неравноотстоящими «штрихами»), а также периодической атомарной структурой — плоскостями решетки, перпендикулярными этим «нано-штрихам». На рисунке 16 показана дифракционная картина, полученная при ДБУ на наноструктуре ZnSe. Пучок электронов перпендикулярен не-равноотстоящим «нано-штрихам». (*Подсказка:* По отношению к атомным плоскостям решетки это соответствует углу $\phi = 0^\circ$).

Расстояние между полосами на рисунке в точности соответствует реальной дифракционной картине, полученной на флуоресцентном экране (по аналогии с экраном, который использовался в этой задаче). Расстояния между полосами на рисунке можно измерить с помощью приведенной линейки.

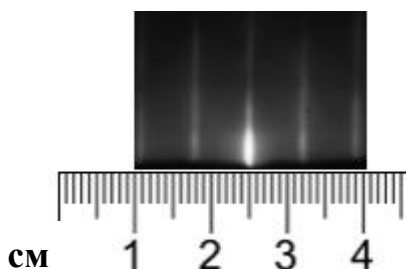


Рис. 16. Дифракционная картина, полученная при ДБУ на наноструктуре ZnSe, когда электронный пучок перпендикулярен неравноотстоящим «нано-штрихам»

В эксперименте, в котором было получено изображение на рисунке 16, ускоряющее напряжение в электронной пушке было $V = 13\,000$ В. Соответствующая длина волны быстрых электронов, падающих на образец, с учетом релятивистских эффектов, считается

$$\lambda = \frac{12.247 \times 10^{-10}}{\sqrt{V(1 + 10^{-6}V)}} \text{ [м]}$$

Угол падения пучка электронов на поверхность ZnSe $\theta \approx 0^\circ$. Расстояние между флуоресцентным экраном и точкой, куда падает пучок на образец, составляет $D = 26$ см.

G1	Используя рисунок 16 и вышеприведенные данные, определите расстояние между плоскостями решетки a^* . Периодические атомные плоскости решетки расположены перпендикулярно неравноотстоящим «нано-штрихам». Определите расстояние a^* в метрах с точностью до трех значащих цифр. Запишите результат в лист ответов.	1.7
----	--	-----

Сдвиг фазы при отражении от металла

(8 баллов)

Введение

Известно, что природные материалы обладают показателями преломления (n), превышающими показатель преломления вакуума ($n > n_0 = 1$). Однако, метаматериалы (искусственные материалы с гетероструктурами) могут обладать экзотическими свойствами, например, иметь отрицательный показатель преломления, который можно объяснить отрицательным коэффициентом пропускания. В общем случае, показатель преломления материала, например, металла, также может быть комплексным, если происходит поглощение света.

Простой метод изучения комплексного показателя преломления состоит в измерении сдвига фазы ϕ , когда луч света отражается от поверхности материала. В оптике сдвиг фазы при отражении от поверхности является важным для многих применений, особенно в голографических измерениях.

Для обыкновенного стекла сдвиг фазы ϕ при отражении при нормальном падении равен 180° (π радиан). ϕ может принимать различные значения для металлов, в зависимости от коэффициента поглощения. Измерения фазы в оптике требуют высокой точности. Разработаны различные сложные методы для измерения сдвига фаз. В этой работе мы предлагаем простой и недорогой подход.

Цель эксперимента

Изучение сдвига фазы света, отраженного от поверхности из титана с помощью лазерной интерферометрии Фабри-Перо.

Перечень оборудования

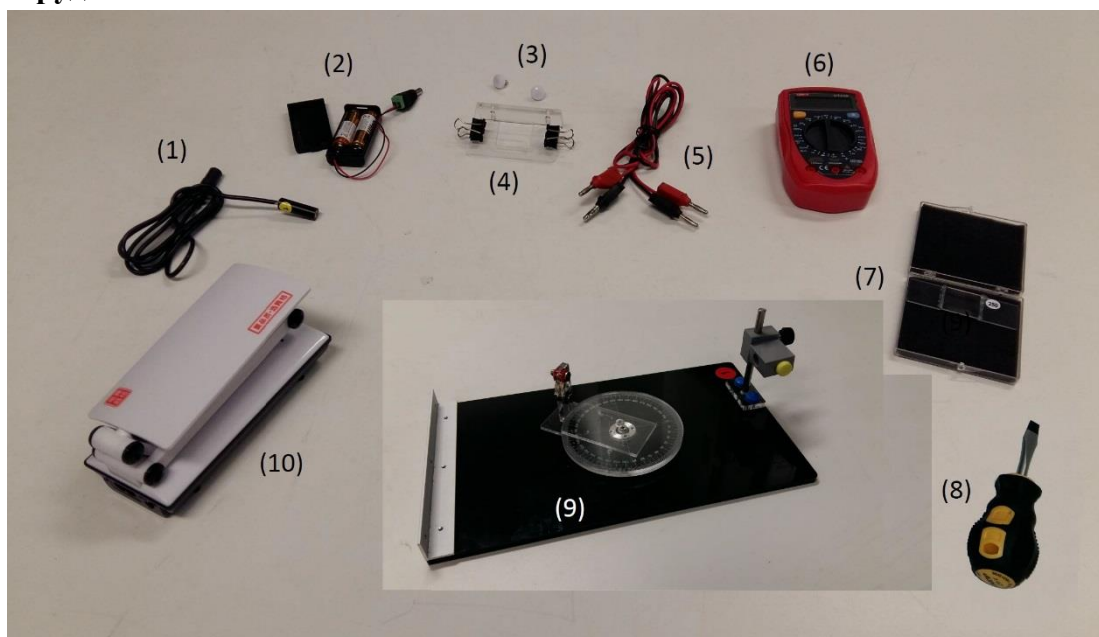


Рис. 1

[1]	Полупроводниковый лазер	[2]	Блок питания (батарея) для полупроводникового лазера
[3]	Винты с белыми шляпками для держателя образца	[4]	Держатель образца с двумя зажимами
[5]	Провода с наконечниками	[6]	Цифровой мультиметр
[7]	Коробочка для образцов, содержащая один эталон Фабри-Перо с титановым покрытием. Образцу присвоен индивидуальный номер	[8]	Отвертка с плоским наконечником
[9]	Оптическая платформа с вращающимся диском, поворотным держателем фотодетектора, фиксированной угловой шкалой и держателем полупроводникового лазера	[10]	Светодиодная лампа

Описание оборудования

Примечание: Если Вы решали сначала задачу E1, не забудьте убрать экран и насадку на лазере прежде, чем начнете собирать оборудование для эксперимента E2.



Рис. 2. Полупроводниковый лазер с выходной мощностью 0,5 мВт на длине волны 650 нм



Рис. 3. Блок питания, состоящий из двух батареек по 1,5 В с разъемом для подключения к полупроводниковому лазеру

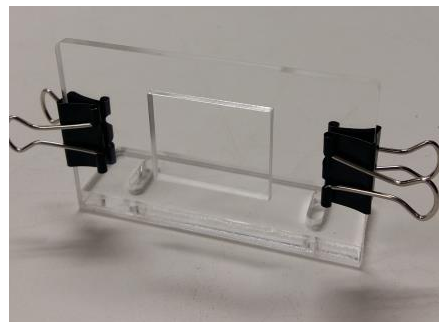


Рис. 4. Держатель образца с двумя зажимами для бумаги



Рис. 5. Цифровой мультиметр и провода с наконечниками



Рис. 6. Коробочка для образцов и один эталон Фабри-Перо с титановым покрытием (для примера, номер эталона на этой фотографии — 250)



Рис. 7. Отвертка с плоским наконечником для настройки диаметра лазерного луча



Рис. 9. Светодиодная лампа для чтения и записей

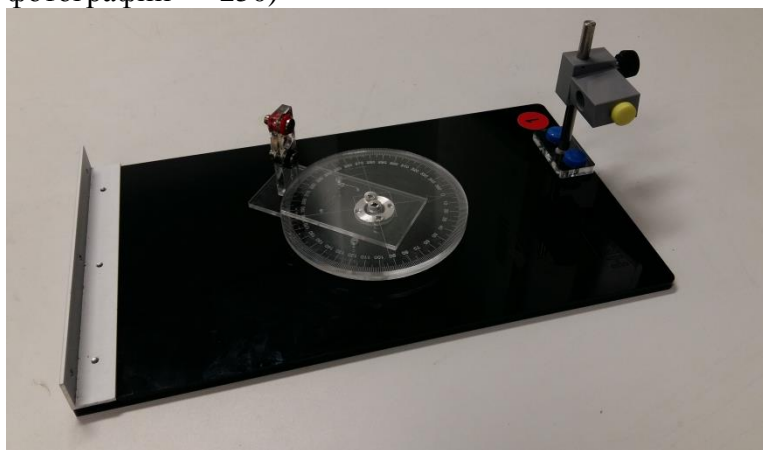


Рис. 8. Оптическая платформа с вращающимся диском, поворотным держателем фотодетектора, фиксированной угловой шкалой и держателем полупроводникового лазера

Теория

Рассмотрим идеальный эталон Фабри-Перо с воздушным зазором, как показано на рисунке 10. Эталон состоит из верхней толстой стеклянной пластины (с показателем преломления n_g) и нижней предметной пластины (с показателем преломления n_s) с тонким зазором ($L \sim 5$ мкм) между ними.

Для моделирования эталона с воздушным зазором воспользуемся приближением двулучевой интерферометрии. Луч света (луч 0), падающий на верхнюю стеклянную пластину (пренебрегаем отражением от поверхности воздух-стекло), на границе стекло-воздух частично отражается (луч 1) и частично проходит. Прошедший луч затем отражается на границе воздух-предметная пластина и затем проходит через верхнюю стеклянную пластину. Этот луч обозначен номером 2 (Рис. 10). Луч 2, отражаясь на границе воздух-предметная пластина, приобретает дополнительный сдвиг фазы ϕ_s . На других поверхностях сдвигов фазы нет. Суммарная интенсивность отраженного света $I(\theta)$ для угла падения θ является суперпозицией лучей 1 и 2 описывается выражением:

$$I(\theta) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2kL \cos \theta + \phi_s) \quad (1)$$

Здесь I_1 и I_2 — интенсивности лучей 1 и 2, соответственно, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, а λ — длина волны падающего света. Уравнение (1) указывает на существование максимумов и минимумов интенсивности в зависимости от угла падения θ , если постоянны длины волны λ и толщина воздушного зазора L . В этом эксперименте мы фиксируем плоскость поляризации падающего света и пренебрегаем поляризационными эффектами при отражении или прохождении луча на поверхностях. Также, мы используем стеклянную пластину с титановым покрытием в качестве нижней предметной пластины эталона Фабри-Перо.



Рис. 10. Отражения света от идеального эталона Фабри-Перо с воздушным зазором, состоящего из верхней стеклянной пластины и нижней предметной пластины.

Предварительные настройки

1. **Внимание! Не направляйте луч лазера в глаза!**
2. Установите полупроводниковый лазер в круглое отверстие держателя лазера, как показано на рисунке 11. Закрепите лазер с помощью винта с желтой шляпкой. Убедитесь, что лазер установлен горизонтально, причем желтая наклейка на нем находится сверху (см. рисунок 2: полупроводниковый лазер с желтой наклейкой). Это необходимо чтобы поляризация излучения была вертикальной. *Примечание:* Не затягивайте винт с желтой шляпкой слишком туго, можно повредить лазер.
3. Подсоедините блок питания к лазеру, как показано на рисунке 11 и включите лазер.
4. Желательно, чтобы пятно луча лазера было диаметром около 1 мм на расстоянии 20 см. Для проверки диаметра луча поместите лист бумаги на расстоянии около 20 см от лазера и наблюдайте на нем размер пятна от лазера. Настройте выходной диаметр лазерного луча, регулируя отверткой размер диафрагмы.
5. Фотодетектор уже установлен в специальном штативе. **ОСТОРОЖНО** подсоедините выходы фотодетектора к мультиметру (Рис. 12). Фотодетектор — это фотодиод, подсоединенный параллельно к сопротивлению. Поэтому ток, произведенный фотодиодом, когда он освещен, можно рассчитать, измеряя напряжение на сопротивлении.

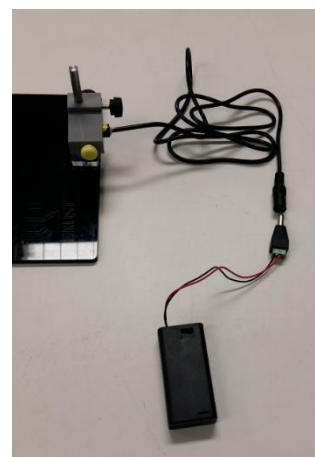


Рис. 11. Полупроводниковый лазер, установленный в держателе

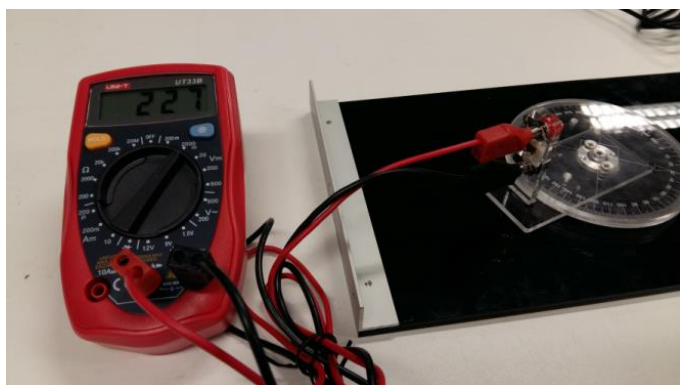


Рис. 12. Фотодетектор, подсоединенный к мультиметру

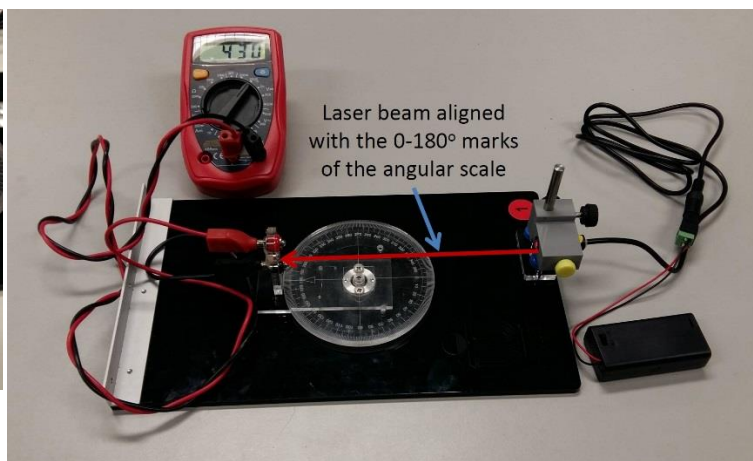


Рис. 13. Настройка лазерного луча

6. Настройте положение лазера так, чтобы луч лазера был направлен горизонтально над отметкой 0° угловой шкалы, пересекал (сверху) ось вращающегося диска, и попадал прямо в детектор, расположенный на отметке 180° угловой шкалы (как показано на рисунке 13). Чтобы настроиться более точно, вы можете включить мультиметр, чтобы измерять интенсивность лазерного луча (в единицах напряжения). Примечание: Не забудьте выключить лазер, когда Вы выполните этот этап!

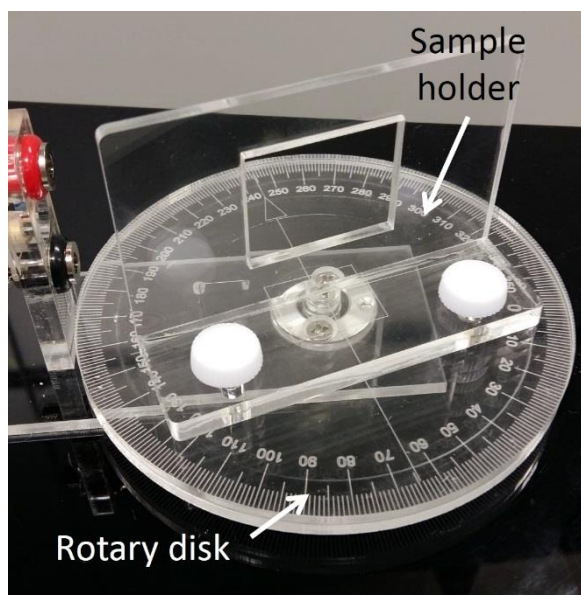


Рисунок 14: Держатель образца, установленный на вращающемся диске

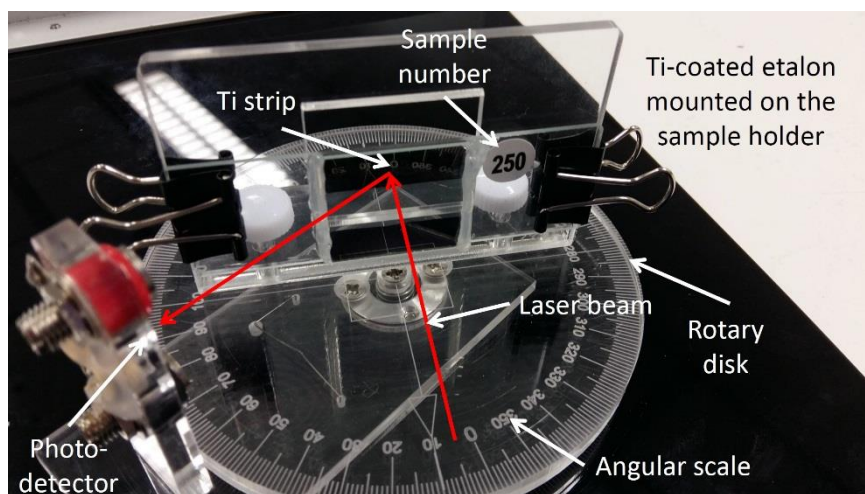


Рисунок 15: Образец, установленный в держателе

7. Установите держатель образца на вращающийся диск с помощью винтов с белыми шляпками, как показано на рисунке 14.
8. Затем установите эталон с титановым покрытием (так, чтобы номер образца (здесь: 250) был вверху), в держатель образца с помощью двух зажимов для бумаги так, чтобы нижняя стеклянная пластина образца касалась бы стенки держателя, как показано на рисунке 15

9. Включите лазер и настройте вертикальное положение эталона так, чтобы лазерный луч попадал в среднюю часть верхней или нижней полосы с титановым покрытием эталона и отражался на фотодетектор (Рис. 15). Затем настройте положение фотодетектора, чтобы сигнал был максимален (в единицах напряжения, измеряемого мультиметром). Далее, Вам необходимо настроить положение держателя образца с помощью двух винтов с белыми шляпками так, чтобы полоса с титановым покрытием вращалась вокруг той же оси, что и вращающийся диск, т.е. чтобы они были коаксиальны.
10. Теперь вращайте держатель образца вместе с установленным эталоном с титановым покрытием так, чтобы луч лазера образовал угол падения θ с нормалью к поверхности образца, как показано на угловой шкале. Затем поверните фотодетектор на угол около 2θ и настройте угловое положение фотодетектора, получив максимальный сигнал на мультиметре. Теперь установка готова к проведению эксперимента.

Примечание: Все численные значения и ответы должны иметь три значащие цифры.

Эксперимент

- 1 Измерьте интенсивность света, отраженного от эталона покрытого титаном, в зависимости от угла падения света θ . В качестве значения интенсивности можно указать напряжение. Измерения нужно начать с угла $\theta \sim 4^\circ$ и идти с достаточно малым шагом. Постарайтесь поймать как можно больше максимумов интенсивности. Запишите свои результаты в Таблицу E2_1. **1.0**

2	Чтобы уменьшить ошибки связанные с неточной юстировкой лазера по отношению к держателю образца и угловой шкале, проведите аналогичные измерения для углов падения меньших 0° (углов по другую сторону нуля). Для этого поверните образец так, чтобы луч на него падал под углами меньшими 0° (углами по другую сторону нуля). Затем установите подходящим образом фотодетектор и измеряйте интенсивность отраженного света лазера. Запишите свои результаты в таблицу E2_2.	1.0
---	---	------------

- 3 По данным таблицы E2_1 постройте на миллиметровке график зависимости интенсивности от угла падения θ . Назовите график «Graph E2_1». По данным таблицы E2_2 постройте аналогичный график, но на другом листе миллиметровки. Назовите график «Graph E2_2». Чтобы показать изменение интенсивности, проведите гладкую кривую по своим точкам и на графике Graph E2_1, и на графике Graph E2_2. **0.9**

4	Определите пики интенсивности отраженного света и занумеруйте их на обоих графиках. Нумерацию начинайте с единицы и с пика, который соответствует наибольшему углу падения.	0.2
---	---	------------

- 5 Получите условие на угловое положение пиков интенсивности отраженного света, связав $L, \theta, \phi_s, \lambda$. Используйте для этого выражение (1). Обозначьте свой ответ Equation (2). **0.3**

6	В качестве новой независимой переменной предложите такую функцию $X(\theta)$, чтобы пики интенсивности отраженного света на графиках Graph E2_1 и Graph E2_2 были равноотстоящими на графике зависимости интенсивности от $X(\theta)$. Рассчитайте соответствующие значения $X(\theta)$ и добавьте их в дополнительные столбцы в таблицы E2_1 и E2_2.	0.4
---	---	------------

7	Подготовьте новую таблицу E2_3. В ней укажите номер пика и соответствующий ему угол падения (его возьмите из таблиц E2_1 и E2_2). Обозначайте их LHS (с левой стороны) и RHS (с правой стороны), соответственно (т.е. θ_{LHS} и θ_{RHS}). Затем для каждой пары соотносящихся пиков рассчитайте среднее значение между θ_{LHS} и θ_{RHS} и назовите среднее $ \theta _{avg}$ и $X(\theta _{avg})$. Эти рассчитанные значения добавьте в таблицу E2_3. Примечание: Номера пиков в таблицах E2_1 и E2_2 могут отличаться. Пожалуйста, убедитесь, что вы сопоставляете нужные пики, полученные из графиков Graph E2_1 и Graph E2_2.	0.6
---	--	------------

8	На отдельном листе миллиметровки постройте график зависимости номера пика от $X(\theta _{avg})$. Назовите этот график «Graph E2_3».	0.6
---	---	------------

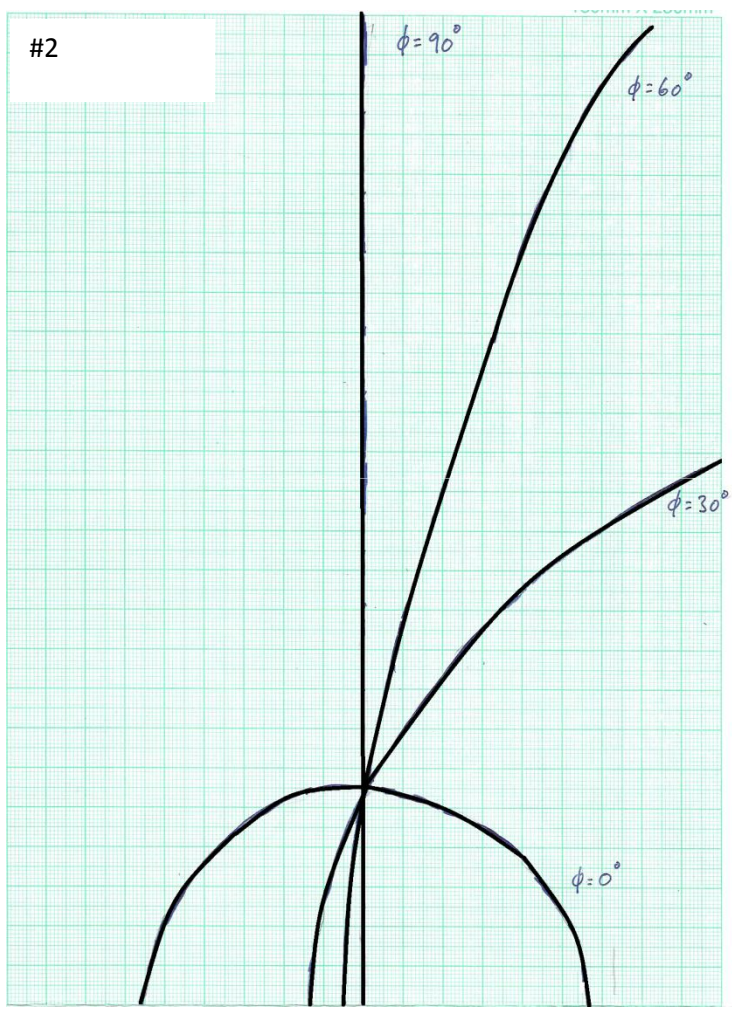
9	Проведите прямую через все точки на графике Graph E2_3 и определите угловой коэффициент и свободный член этой прямой. <i>Примечание:</i> Графический метод также принимается. Оценка погрешностей не требуется.	0.4
10	Преобразуйте выражение Equation (2), полученное в пункте 5, так чтобы зависимость порядка интерференции m от функции $X(\theta _{avg})$ из пункта 6 стала явно видна. Обозначьте свой ответ Equation (3a). Выразите m через L, λ и $ \theta _{avg}$ и назовите это выражение Equation (3b). Отсюда выразите нормализованную фазу отраженного света $\phi_{s,n} = \phi_s/2\pi$ через L, λ и $ \theta _{avg}$ и назовите это выражение Equation (3c). Запишите диапазон значений $\phi_{s,n}$. Из результатов, полученных в пункте 7, определите значения m для пиков. Запишите их в новый столбец в таблице E2_3.	1.2
11	Постройте график зависимости m от $X(\theta _{avg})$ на графике Graph E2_3 (да, на том же графике, где построена зависимость номера пика от $X(\theta _{avg})$). Проведите прямую по всем точкам на этом графике. Отсюда найдите толщину воздушной прослойки L в эталоне. Найдите также изменение фазы ϕ_s при отражении от титана. <i>Примечание:</i> Графический метод также принимается. Оценка погрешностей не требуется.	1.4

(Full Mark = 12 points)

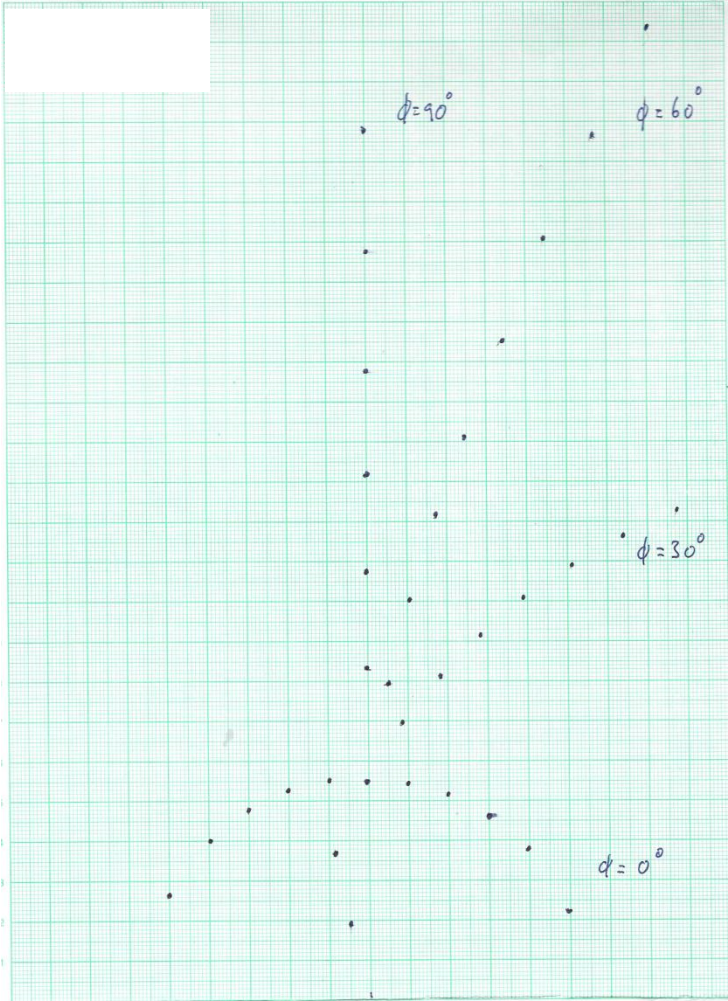
Part A: Alignment of the setup

Tasks		Mark				
<p>A1</p>	<p>Measure the height of the “zero-order spot” h, from the origin of the x-axis.</p> <p>Determine the incident angle θ of the laser beam from D and h. Write down the values of h in cm and θ in degrees to three significant figures in the corresponding table in the answer sheet.</p> <p>Solution:</p> <p>The height of the “zero-order spot” is measured to be $h= 5.50$ cm. Using trigonometry,</p> $h = D \tan \theta$ $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{h}{D} \right)$ <p>As $h = 5.5$ cm and $D = 15$ cm, one can then fill in the table as follows:</p> <table border="1" data-bbox="245 1137 935 1294"> <tbody> <tr> <td>h</td> <td>5.50 cm</td> </tr> <tr> <td>θ</td> <td>20.1°</td> </tr> </tbody> </table>	h	5.50 cm	θ	20.1°	<p>TOTAL = 0.6 points</p> <p>0.2points for measuring the correct height (between 5.40 cm to 5.60 cm)</p> <p>0.2points for using the correct equation for determining θ</p> <p>0.2points for the correct value of θ (0.2 points:θis between 19.7° to 20.5°) (Otherwise, 0point)</p>
h	5.50 cm					
θ	20.1°					

Part B: Diffraction patterns from Sample 2

Tasks		Mark
<p>B1</p>	<p>Record the diffraction patterns onto the graph paper for $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ and 90° of the rotary disk and write down their corresponding angle of rotation ϕ next to each pattern. Write down “#2” at the top of this graph paper.</p> <p><u>Solution:</u></p> 	<p>TOTAL = 0.8 points</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 0^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 30^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 60^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 90^\circ$</p>

Part C: Diffraction patterns from Sample 3

Tasks		Mark
<p>C1</p>	<p>Mark the centers of the diffraction spots from Sample 3 for $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ and 90° onto the graph paper and write down their corresponding angle of rotation ϕ next to each pattern. Write down “#3” at the top of this graph paper.</p> <p><u>Solution:</u></p> 	<p>TOTAL = 0.8 points</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 0^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 30^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 60^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 90^\circ$</p>

Part D: Theory behind the reflected diffraction patterns from Sample 3

Tasks		Mark						
D1	<p>Equation (3) can be rearranged to obtain a quadratic equation for the grating constant a of Sample 3, as</p> $Aa^2 + Ba + C = 0 \quad (4)$ <p>Derive the expressions for A, B and C. Enter your results in the corresponding table in the answer sheet.</p> <p>Solution:</p> <p>The solution of D1 can be rearranged into the following form</p> $[y^2 \cos^2 \theta + D^2 \cos^2 \theta - D^2]a^2 + [-2m\lambda \cos \theta (y^2 + D^2)]a + [m^2 \lambda^2 (y^2 + D^2)] = 0$ <p>Thus, we have</p> <table border="1" data-bbox="193 994 928 1200"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">A</td> <td style="text-align: center;">$y^2 \cos^2 \theta + D^2 \cos^2 \theta - D^2$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">B</td> <td style="text-align: center;">$-2m\lambda \cos \theta (y^2 + D^2)$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">C</td> <td style="text-align: center;">$m^2 \lambda^2 (y^2 + D^2)$</td> </tr> </tbody> </table>	A	$y^2 \cos^2 \theta + D^2 \cos^2 \theta - D^2$	B	$-2m\lambda \cos \theta (y^2 + D^2)$	C	$m^2 \lambda^2 (y^2 + D^2)$	<p>TOTAL = 0.9 points</p> <p>0.3points for getting the solution of Task (D1) by correct rearrangement</p> <p>0.2 points for the correct form of A 0.2 points for the correct form of B</p> <p>0.2 points for the correct form of C</p> <p>If A, B and C are all correct, then 0.9points are still given.</p>
A	$y^2 \cos^2 \theta + D^2 \cos^2 \theta - D^2$							
B	$-2m\lambda \cos \theta (y^2 + D^2)$							
C	$m^2 \lambda^2 (y^2 + D^2)$							
D2	<p>By solving this quadratic equation and using the measured y values of the diffraction spots for Sample 3 at $\phi = 90^\circ$ (See Task C1), together with the known values of D, θ and λ, determine the grating constant a of Sample 3 in meters to three significant figures for each diffraction order from the 1st order ($m = 1$) up to the 6th order ($m = 6$) [<i>Hints: These orders correspond to the six spots above the zero-order spot</i>]. Enter your results in the corresponding table in the answer sheet.</p> <p>Solution:</p> <p>For each order m, we can construct the following table for the coefficients of A, B and C by using the measured value of y, the known values of D, $\cos \theta$ and λ (i.e. $D = 15 \text{ cm}$, $\cos \theta = \cos 20.1^\circ = 0.939$ and $\lambda = 650 \text{ nm}$):</p> <p style="text-align: right;">Continue to the next page ...</p>	<p>TOTAL = 1.8 points</p> <p>0.4points for calculating the values of A, B and C for all six orders</p> <p>0.4points for presenting the correct solution of the quadratic equation</p> <p>0.4points for providing a_1 and a_2 for all six orders</p> <p>0.4points for pointing out that only a_1 is the correct solution with explanation</p> <p>0.2points for the correct values of a for all six orders (0.2 points: a is within the uncertainty of $\pm 10\%$) (0.1 points: a is within the uncertainty of $\pm 20\%$) (Otherwise, 0 point)</p>						

Order m	Measured value of y (meters)	A	B	C
1	0.0835	3.481×10^{-3}	-3.567×10^{-8}	1.245×10^{-14}
2	0.1075	7.522×10^{-3}	-8.314×10^{-8}	5.756×10^{-14}
3	0.1315	1.258×10^{-2}	-1.457×10^{-7}	1.513×10^{-13}
4	0.1580	1.934×10^{-2}	-2.317×10^{-7}	3.209×10^{-13}
5	0.1875	2.833×10^{-2}	-3.519×10^{-7}	6.090×10^{-13}
6	0.2180	3.923×10^{-2}	-5.128×10^{-7}	1.065×10^{-12}

The standard solution for the quadratic equation of a is

$$a = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

which leads to two possible solutions, which are

$$a_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$a_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

Using the values of A , B and C from the table above, the values of a_1 and a_2 can be calculated for each order m as shown in the following table:

Order <i>m</i>	a_1 (meters)	a_2 (meters)
1	9.945×10^{-6}	3.578×10^{-7}
2	1.029×10^{-5}	7.415×10^{-7}
3	1.042×10^{-5}	1.154×10^{-6}
4	1.038×10^{-5}	1.565×10^{-6}
5	1.033×10^{-5}	2.072×10^{-6}
6	1.048×10^{-5}	2.587×10^{-6}

As shown above, all the values of a_1 are similar to each other. However, this is not the case for the values of a_2 . Thus a_2 is not a valid solution for the grating constant and should be discarded.

Order <i>m</i>	Grating constant <i>a</i> (meters)
1	9.95×10^{-5}
2	1.03×10^{-5}
3	1.04×10^{-5}
4	1.04×10^{-5}
5	1.03×10^{-5}
6	1.05×10^{-5}

D3 Calculate the mean for the grating constant a in meters to three significant figures and the standard error of the mean. Enter your results in the corresponding table in the answer sheet.

Solution:

As we have six values of a_1 (i.e. $n = 6$), the mean of the grating constant \bar{a} can be calculated by

$$\bar{a} = \frac{\sum a_1}{n}$$

For the standard error of the mean for the grating constant, we can use

TOTAL = 0.8points

0.2points for the correct formula in determining the mean

0.2points for the correct formula in determining the standard error of the mean

0.2points for the correct value of the mean
(0.2 points: \bar{a} is within the uncertainty of $\pm 10\%$,
0.1 points: \bar{a} is within the uncertainty of $\pm 20\%$,
otherwise, 0 point)

$$\sigma_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum_m (a_{1,m} - \bar{a})^2}{n-1}} / \sqrt{n}$$

Mean of grating constant \bar{a}	1.03×10^{-5} m
Standard error of the mean $\sigma_{\bar{a}}$	2×10^{-7} m

0.2points for the correct value of the standard error of the mean
 (0.2 points: $\sigma_{\bar{a}}$ is within the uncertainty of $\pm 10\%$,
 0.1 points: $\sigma_{\bar{a}}$ is within the uncertainty of $\pm 20\%$,
 otherwise, 0 point)

Part E: Determination of the unknown angle ϕ^* for Sample 4

Tasks	Mark																						
<p>E1 Along the continuous diffracted curve of Sample 4 projected on the graph paper, measure the y-coordinates in cm for ten points starting from $x = -1.0$ cm to 3.5 cm with a step of 0.5 cm. Enter your results in the corresponding table in the answer sheet.</p> <p><u>Solution:</u></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>x co-ordinate (cm)</th> <th>y co-ordinate (cm)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-1.0</td><td>3.5</td></tr> <tr><td>-0.5</td><td>4.5</td></tr> <tr><td>0.0</td><td>5.2</td></tr> <tr><td>0.5</td><td>6.0</td></tr> <tr><td>1.0</td><td>6.5</td></tr> <tr><td>1.5</td><td>7.0</td></tr> <tr><td>2.0</td><td>7.3</td></tr> <tr><td>2.5</td><td>7.7</td></tr> <tr><td>3.0</td><td>8.0</td></tr> <tr><td>3.5</td><td>8.3</td></tr> </tbody> </table>	x co-ordinate (cm)	y co-ordinate (cm)	-1.0	3.5	-0.5	4.5	0.0	5.2	0.5	6.0	1.0	6.5	1.5	7.0	2.0	7.3	2.5	7.7	3.0	8.0	3.5	8.3	<p>TOTAL = 0.6points</p> <p>0.6points for filling in the correct values of y-coordinate in the table.</p> <p>(0.6points: y is within the uncertainty of ± 0.4 cm, 0.4points: y is within the uncertainty of $\pm (0.4$ to $0.8)$ cm, 0.2points: y is within the uncertainty of $\pm (0.8$ to $1.2)$ cm, otherwise, 0 point)</p>
x co-ordinate (cm)	y co-ordinate (cm)																						
-1.0	3.5																						
-0.5	4.5																						
0.0	5.2																						
0.5	6.0																						
1.0	6.5																						
1.5	7.0																						
2.0	7.3																						
2.5	7.7																						
3.0	8.0																						
3.5	8.3																						

E2

Based on Eq. (1) given in Task (D), construct a linear equation in the form of

$$M(y, x, D, \theta) = I(D) + S(\phi^*)x \quad (4)$$

Determine the functional forms for $M(y, x, D, \theta)$, $I(D)$ and $S(\phi^*)$. Plot M against x , using the data recorded in the table of Task (E1). Determine the unknown angle ϕ^* in degrees from this graph. Write down all the functional forms and the value of ϕ^* in the corresponding table in the answer sheet.

Solution:

Eq.(1) can be rearranged to get

$$\frac{(D \cos \phi^* + x \sin \phi^*)^2}{(\cos \theta \cos \phi^*)^2} = y^2 + x^2 + D^2$$

Take the square root for both sides and then multiply the right hand side by $\cos \theta$ to get

$$\cos \theta \sqrt{y^2 + x^2 + D^2} = D + (\tan \phi^*) x$$

Thus, the above equation can be rewritten as

$$M(y, x, D, \theta) = I(D) + S(\phi^*)x$$

$M(y, x, D, \theta)$	$\cos \theta \sqrt{y^2 + x^2 + D^2}$
I	D
S	$\tan \phi^*$

If one plots $\cos \theta \sqrt{y^2 + x^2 + D^2}$ versus x , the slope of the resulting straight line will be $\tan \phi^*$. From the slope, one can find the unknown angle ϕ^* . Using the data from the table below,

x (cm)	y (cm)	D (cm)	$\cos \theta$	$M = \cos \theta \sqrt{y^2 + x^2 + D^2}$
-1.0	3.5	15	0.939	14.494
-0.5	4.5	15	0.939	14.713
0.0	5.2	15	0.939	14.907
0.5	6.0	15	0.939	15.177
1.0	6.5	15	0.939	15.379
1.5	7.0	15	0.939	15.607
2.0	7.3	15	0.939	15.777
2.5	7.7	15	0.939	16.005
3.0	8.0	15	0.939	16.210
3.5	8.3	15	0.939	16.430

We can then make a plot of M vs x as shown below:

TOTAL = 1.6points

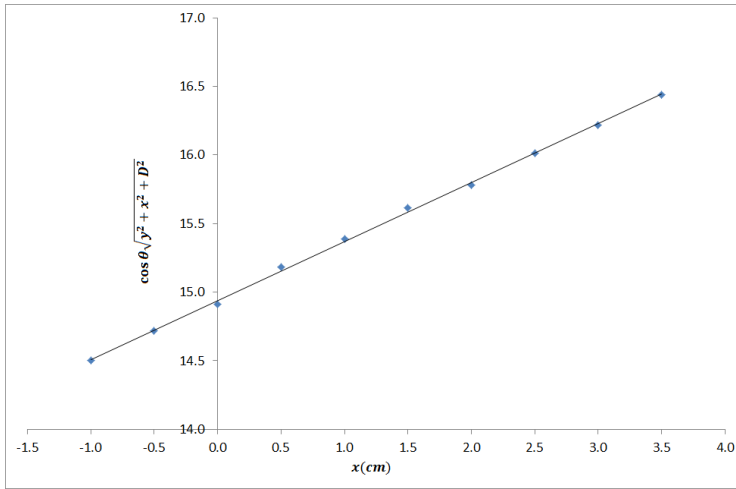
0.3points for the correct form of $M(y, x, D, \theta)$

0.3points for the correct form of I

0.3points for the correct form of S

0.4points for plotting the linear relationship between M and x

0.3points for the correct value of ϕ^*
(0.3point within the uncertainty of $\pm 5^\circ$,
0.2points within the uncertainty of $\pm 8^\circ$,
otherwise, 0 point)



From the plot, we can estimate the slope to get $\phi^* = 23.2^\circ$.
 (Remark: one can also find out the y-intercept to be $D = 14.9$ cm, which is in good agreement with the value assigned in this experiment.)

Therefore,

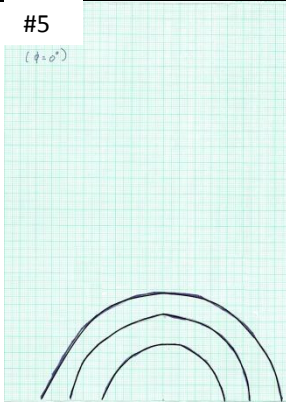
ϕ^*	23.2°
----------	-------

Part F: Diffraction patterns from Sample 5

Tasks	Mark
<p>F1 Record the diffraction patterns you observed for $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ and 90° on separate graph papers for each value of ϕ. At the top of each graph paper, put down '#5' and the corresponding ϕ value. It is expected that you could observe more than 10 diffraction orders. However, you are required to record only three relatively brighter orders on each graph paper.</p> <p><u>Solution:</u></p>	<p>TOTAL = 0.8points</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern for $\phi = 0^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of the diffraction pattern $\phi = 30^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of $\phi = 60^\circ$</p> <p>0.2points for the correct sketch of $\phi = 90^\circ$</p>

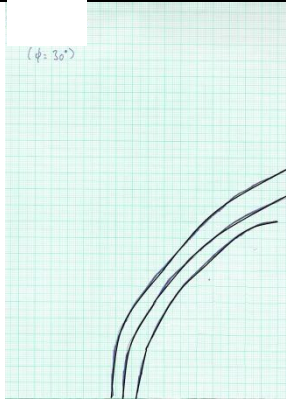
#5

($\phi = 0^\circ$)



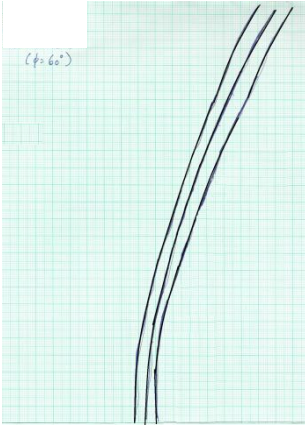
$\phi = 0^\circ$

($\phi = 30^\circ$)



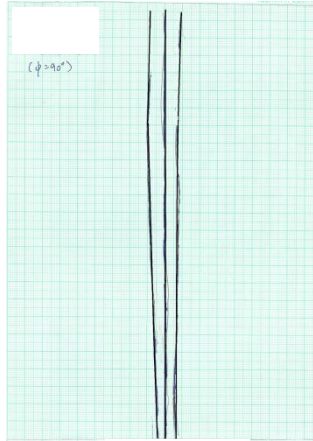
$\phi = 30^\circ$

($\phi = 60^\circ$)



$\phi = 60^\circ$

($\phi = 90^\circ$)



$\phi = 90^\circ$

F2 With this understanding, estimate the spacing b in meters of the uniformly spaced pre-made grooves of Sample 5 using the recorded diffraction pattern for $\phi = 0^\circ$ from Task (F1). Enter the value of b in the answer sheet.

[Note that in estimating the value of b , you are only required to take the measured data of the first diffraction order and the estimated b should be rounded up to three significant figures.]

Solution:

The formation of the observed diffraction pattern from Sample 5 at $\phi = 0^\circ$ can be considered in the following way: the periodic pre-made grooves (perpendicular to the z-direction) form a set of discrete diffraction spots lying along the y-axis. However, each of these spots is extended to form an arc due to the background straight scratched grooves with non-uniform spacing and thus forming a multi-arc pattern as observed. With this understanding, one can take the peak of the brightest arc as the zero-order (which should be located at $D \tan 20.1^\circ = 5.5$ cm), and then measure the y_1 value of the peak of the 1st order diffraction pattern. This should satisfy Equation (3) as below:

$$y_1 = D \sqrt{\frac{b^2}{(b \cos \theta - \lambda)^2} - 1}$$

where b is the spacing of the pre-made grooves. From the recorded diffraction at $\phi = 0^\circ$ for Sample 5, the value of y_1 is measured to be 0.0695 m. Similar to what has been done in Task (D1), one can rearrange the equation for y_1 to form a quadratic equation as

$$Ab^2 + Bb + C = 0$$

Where

A	$y_1^2 \cos^2 \theta + D^2 \cos^2 \theta - D^2 = 1.481 \times 10^{-3}$
B	$-2\lambda \cos \theta (y_1^2 + D^2) = -3.320 \times 10^{-8}$
C	$\lambda^2 (y_1^2 + D^2) = 1.149 \times 10^{-14}$

Again, we take the only valid solution of b (See the solution of Task (D3) for detailed explanations) as

$$b = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

TOTAL = 1.6 points

0.3 points for providing the correct value of y_1

0.3 points for quoting Equation (3)

0.2 points for quoting the expressions of A derived in Task (D2)

0.2 points for quoting the expressions of B derived in Task (D2)

0.2 points for quoting the expressions of C derived in Task (D2)

0.4 points for providing the correct value of b
 (0.4 points: b is within the uncertainty of $\pm 10\%$,
 0.2 points: b is within the uncertainty of $\pm 20\%$,
 otherwise, 0 point)

$$\therefore b \approx 2.21 \times 10^{-5} \text{ m}$$

 b

$$2.21 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Part G: Determination of the plane spacing for ZnSe

Tasks		Mark
G1	<p>For the ZnSe sample, based on Figure 16 and the experimental conditions given above, determine the lattice-plane spacing a^* of the periodic atomic lattice planes that are perpendicular to the nano-grooves with non-uniform spacing, in meters. Enter your result in the corresponding table in the answer sheet.</p> <p>Solution:</p> <p>Recalling Eq.(2) given in Task (D),</p> $x = \frac{Dm\lambda \cos \phi}{a^* \cos \theta - m\lambda \sin \phi}$ <p>For the periodic atomic lattice planes, one has $\theta \approx 0^\circ$ and $\phi = 0^\circ$ and so Eq.(2) becomes</p> $x = \frac{Dm\lambda}{a^*}$ <p>where a^* is the lattice plane spacing of the periodic atomic lattice planes that are perpendicular to nano-grooves with non-uniform spacing. Thus the average spacing of the RHEED streaks can be written as</p> $\Delta x = \frac{D\lambda}{a^*}$ <p>which can be measured from the given RHEED pattern to be 0.7 cm. Given that $D = 0.26 \text{ m}$ and λ can be calculated to be</p>	<p>TOTAL = 1.7points</p> <p>0.4points for quoting Eq.(2) in Task (D)</p> <p>0.5points for providing the expression for a^* (from $\Delta x = \frac{D\lambda}{a^*}$)</p> <p>0.2points for measuring the correct value of Δx (i.e. 0.7 cm) from the diffraction streaks as shown in Figure 10.</p> <p>0.3points for the correct value of λ</p> <p>0.3points for the correct value of a^*</p> <p>(0.3points: a^* is within the uncertainty of $\pm 0.31 \times 10^{-10} \text{ m}$, otherwise, 0 point)</p> <p>Note: The main source of error in determining a^* is the uncertainty in measuring the spacing of the streaks using a ruler (i.e. $\pm 0.005 \text{ m}$).</p>

$0.1067 \times 10^{-10} \text{m}$ using Equation (6). Thus, the required lattice plane spacing of ZnSe can be calculated as

$$a^* = \frac{0.26 \text{ m} \times (0.1067 \times 10^{-10} \text{ m})}{0.007 \text{ m}}$$

$$\therefore a^* = 3.96 \times 10^{-10} \text{ m}$$

a^*	$3.96 \times 10^{-10} \text{ m}$
-------	----------------------------------

Remark: For ZnSe, the actual plane spacing for the corresponding lattice plane is $a^* = 4 \times 10^{-10} \text{ m}$.

END

(Full Mark = 8)

Tasks	Description	Marks																																																																																																																																																																					
1	<p>Table E2_1</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>θ (Deg)</th> <th>Voltage (mV)</th> <th>$\cos \theta$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>60.0</td><td>432</td><td>0.500</td></tr> <tr><td>59.5</td><td>426</td><td>0.508</td></tr> <tr><td>59.0</td><td>427</td><td>0.515</td></tr> <tr><td>58.5</td><td>431</td><td>0.522</td></tr> <tr><td>58.0</td><td>435</td><td>0.530</td></tr> <tr><td>57.5</td><td>438</td><td>0.537</td></tr> <tr><td>57.0</td><td>440</td><td>0.545</td></tr> <tr><td>56.5</td><td>440</td><td>0.552</td></tr> <tr><td>56.0</td><td>440</td><td>0.559</td></tr> <tr><td>55.5</td><td>438</td><td>0.566</td></tr> <tr><td>55.0</td><td>434</td><td>0.574</td></tr> <tr><td>54.5</td><td>430</td><td>0.581</td></tr> <tr><td>54.0</td><td>425</td><td>0.588</td></tr> <tr><td>53.5</td><td>423</td><td>0.595</td></tr> <tr><td>53.0</td><td>426</td><td>0.602</td></tr> <tr><td>52.5</td><td>431</td><td>0.609</td></tr> <tr><td>52.0</td><td>435</td><td>0.616</td></tr> <tr><td>51.5</td><td>437</td><td>0.623</td></tr> <tr><td>51.0</td><td>439</td><td>0.629</td></tr> <tr><td>50.5</td><td>439</td><td>0.636</td></tr> <tr><td>50.0</td><td>438</td><td>0.643</td></tr> <tr><td>49.5</td><td>437</td><td>0.649</td></tr> <tr><td>49.0</td><td>431</td><td>0.656</td></tr> <tr><td>48.5</td><td>428</td><td>0.663</td></tr> <tr><td>48.0</td><td>424</td><td>0.669</td></tr> <tr><td>47.5</td><td>421</td><td>0.676</td></tr> <tr><td>47.0</td><td>422</td><td>0.682</td></tr> <tr><td>46.5</td><td>425</td><td>0.688</td></tr> <tr><td>46.0</td><td>430</td><td>0.695</td></tr> <tr><td>45.5</td><td>433</td><td>0.701</td></tr> <tr><td>45.0</td><td>435</td><td>0.707</td></tr> <tr><td>44.5</td><td>436</td><td>0.713</td></tr> <tr><td>44.0</td><td>437</td><td>0.719</td></tr> <tr><td>43.5</td><td>436</td><td>0.725</td></tr> <tr><td>43.0</td><td>434</td><td>0.731</td></tr> <tr><td>42.5</td><td>431</td><td>0.737</td></tr> <tr><td>42.0</td><td>425</td><td>0.743</td></tr> <tr><td>41.5</td><td>424</td><td>0.749</td></tr> <tr><td>41.0</td><td>420</td><td>0.755</td></tr> <tr><td>40.5</td><td>419</td><td>0.760</td></tr> <tr><td>40.0</td><td>420</td><td>0.766</td></tr> <tr><td>39.5</td><td>424</td><td>0.772</td></tr> <tr><td>39.0</td><td>428</td><td>0.777</td></tr> <tr><td>38.5</td><td>431</td><td>0.783</td></tr> <tr><td>38.0</td><td>433</td><td>0.788</td></tr> <tr><td>37.5</td><td>434</td><td>0.793</td></tr> <tr><td>37.0</td><td>434</td><td>0.799</td></tr> <tr><td>36.5</td><td>434</td><td>0.804</td></tr> <tr><td>36.0</td><td>433</td><td>0.809</td></tr> <tr><td>35.5</td><td>431</td><td>0.814</td></tr> <tr><td>35.0</td><td>429</td><td>0.819</td></tr> <tr><td>34.5</td><td>426</td><td>0.824</td></tr> <tr><td>34.0</td><td>422</td><td>0.829</td></tr> <tr><td>33.5</td><td>419</td><td>0.834</td></tr> </tbody> </table>	θ (Deg)	Voltage (mV)	$\cos \theta$	60.0	432	0.500	59.5	426	0.508	59.0	427	0.515	58.5	431	0.522	58.0	435	0.530	57.5	438	0.537	57.0	440	0.545	56.5	440	0.552	56.0	440	0.559	55.5	438	0.566	55.0	434	0.574	54.5	430	0.581	54.0	425	0.588	53.5	423	0.595	53.0	426	0.602	52.5	431	0.609	52.0	435	0.616	51.5	437	0.623	51.0	439	0.629	50.5	439	0.636	50.0	438	0.643	49.5	437	0.649	49.0	431	0.656	48.5	428	0.663	48.0	424	0.669	47.5	421	0.676	47.0	422	0.682	46.5	425	0.688	46.0	430	0.695	45.5	433	0.701	45.0	435	0.707	44.5	436	0.713	44.0	437	0.719	43.5	436	0.725	43.0	434	0.731	42.5	431	0.737	42.0	425	0.743	41.5	424	0.749	41.0	420	0.755	40.5	419	0.760	40.0	420	0.766	39.5	424	0.772	39.0	428	0.777	38.5	431	0.783	38.0	433	0.788	37.5	434	0.793	37.0	434	0.799	36.5	434	0.804	36.0	433	0.809	35.5	431	0.814	35.0	429	0.819	34.5	426	0.824	34.0	422	0.829	33.5	419	0.834	<p>TOTAL = 1.0points</p> <p>0.6points for two columns filled with values of θ and the voltage</p> <p>0.2points for including units</p> <p>0.2points for displaying the measurements with the correct number of significant figures</p> <p>[-0.1 points for each unit missing</p> <p>-0.1 points for displaying the incorrect number of significant figures for two or more variables</p> <p>-0.1 pointsfor angular step $\delta\theta > 2^\circ$</p>
θ (Deg)	Voltage (mV)	$\cos \theta$																																																																																																																																																																					
60.0	432	0.500																																																																																																																																																																					
59.5	426	0.508																																																																																																																																																																					
59.0	427	0.515																																																																																																																																																																					
58.5	431	0.522																																																																																																																																																																					
58.0	435	0.530																																																																																																																																																																					
57.5	438	0.537																																																																																																																																																																					
57.0	440	0.545																																																																																																																																																																					
56.5	440	0.552																																																																																																																																																																					
56.0	440	0.559																																																																																																																																																																					
55.5	438	0.566																																																																																																																																																																					
55.0	434	0.574																																																																																																																																																																					
54.5	430	0.581																																																																																																																																																																					
54.0	425	0.588																																																																																																																																																																					
53.5	423	0.595																																																																																																																																																																					
53.0	426	0.602																																																																																																																																																																					
52.5	431	0.609																																																																																																																																																																					
52.0	435	0.616																																																																																																																																																																					
51.5	437	0.623																																																																																																																																																																					
51.0	439	0.629																																																																																																																																																																					
50.5	439	0.636																																																																																																																																																																					
50.0	438	0.643																																																																																																																																																																					
49.5	437	0.649																																																																																																																																																																					
49.0	431	0.656																																																																																																																																																																					
48.5	428	0.663																																																																																																																																																																					
48.0	424	0.669																																																																																																																																																																					
47.5	421	0.676																																																																																																																																																																					
47.0	422	0.682																																																																																																																																																																					
46.5	425	0.688																																																																																																																																																																					
46.0	430	0.695																																																																																																																																																																					
45.5	433	0.701																																																																																																																																																																					
45.0	435	0.707																																																																																																																																																																					
44.5	436	0.713																																																																																																																																																																					
44.0	437	0.719																																																																																																																																																																					
43.5	436	0.725																																																																																																																																																																					
43.0	434	0.731																																																																																																																																																																					
42.5	431	0.737																																																																																																																																																																					
42.0	425	0.743																																																																																																																																																																					
41.5	424	0.749																																																																																																																																																																					
41.0	420	0.755																																																																																																																																																																					
40.5	419	0.760																																																																																																																																																																					
40.0	420	0.766																																																																																																																																																																					
39.5	424	0.772																																																																																																																																																																					
39.0	428	0.777																																																																																																																																																																					
38.5	431	0.783																																																																																																																																																																					
38.0	433	0.788																																																																																																																																																																					
37.5	434	0.793																																																																																																																																																																					
37.0	434	0.799																																																																																																																																																																					
36.5	434	0.804																																																																																																																																																																					
36.0	433	0.809																																																																																																																																																																					
35.5	431	0.814																																																																																																																																																																					
35.0	429	0.819																																																																																																																																																																					
34.5	426	0.824																																																																																																																																																																					
34.0	422	0.829																																																																																																																																																																					
33.5	419	0.834																																																																																																																																																																					

33.0	417	0.839
32.5	417	0.843
32.0	419	0.848
31.5	421	0.853
31.0	424	0.857
30.5	427	0.862
30.0	429	0.866
29.5	430	0.870
29.0	431	0.875
28.5	432	0.879
28.0	431	0.883
27.5	431	0.887
27.0	430	0.891
26.5	429	0.895
26.0	427	0.899
25.5	425	0.903
25.0	421	0.906
24.5	419	0.910
24.0	416	0.914
23.5	414	0.917
23.0	414	0.921
22.5	414	0.924
22.0	415	0.927
21.5	416	0.930
21.0	419	0.934
20.5	421	0.937
20.0	423	0.940
19.5	424	0.943
19.0	426	0.946
18.5	427	0.948
18.0	427	0.951
17.5	428	0.954
17.0	428	0.956
16.5	429	0.959
16.0	428	0.961
15.5	428	0.964
15.0	428	0.966
14.5	427	0.968
14.0	427	0.970
13.5	426	0.972
13.0	425	0.974
12.5	423	0.976
12.0	423	0.978
11.5	422	0.980
11.0	420	0.982
10.5	419	0.983
10.0	418	0.985
9.5	417	0.986
9.0	416	0.988
8.5	416	0.989
8.0	414	0.990
7.5	413	0.991
7.0	413	0.993
6.5	413	0.994
6.0	412	0.995
5.5	411	0.995
5.0	410	0.996
4.5	-	-
4.0	-	-

Reflection intensity against incident angle taken from $\theta \sim 4^\circ$ to 60° in 0.5° intervals on one (LHS) side of the angular scale. The independent variable $\cos \theta$ should be added to Table E2_1. (The Ti-coated etalon used is #15.)

2

Table E2_2

θ (Deg)	Voltage (mV)	$\cos \theta$
-60.0	426	0.500
-59.5	432	0.508
-59.0	437	0.515
-58.5	439	0.522
-58.0	441	0.530
-57.5	441	0.537
-57.0	440	0.545
-56.5	438	0.552
-56.0	434	0.559
-55.5	426	0.566
-55.0	421	0.574
-54.5	421	0.581
-54.0	427	0.588
-53.5	432	0.595
-53.0	435	0.602
-52.5	438	0.609
-52.0	439	0.616
-51.5	439	0.623
-51.0	437	0.629
-50.5	434	0.636
-50.0	429	0.643
-49.5	422	0.649
-49.0	418	0.656
-48.5	420	0.663
-48.0	425	0.669
-47.5	431	0.676
-47.0	434	0.682
-46.5	436	0.688
-46.0	436	0.695
-45.5	436	0.701
-45.0	436	0.707
-44.5	433	0.713
-44.0	431	0.719
-43.5	426	0.725
-43.0	421	0.731
-42.5	413	0.737
-42.0	417	0.743
-41.5	420	0.749
-41.0	423	0.755
-40.5	428	0.760
-40.0	431	0.766
-39.5	431	0.772
-39.0	433	0.777
-38.5	432	0.783
-38.0	433	0.788
-37.5	431	0.793
-37.0	422	0.799
-36.5	425	0.804
-36.0	417	0.809
-35.5	416	0.814
-35.0	414	0.819
-34.5	414	0.824
-34.0	419	0.829
-33.5	421	0.834
-33.0	425	0.839
-32.5	427	0.843
-32.0	428	0.848

TOTAL = 1.0points

0.6points for two columns filled with values of θ and the voltage

0.2points for including units

0.2pointsfor displaying the measurements with the correct number of significant figures

[-0.1 pointsfor each unit missing

-0.1 pointsfor displaying the incorrect number of significant figures for two or more variables

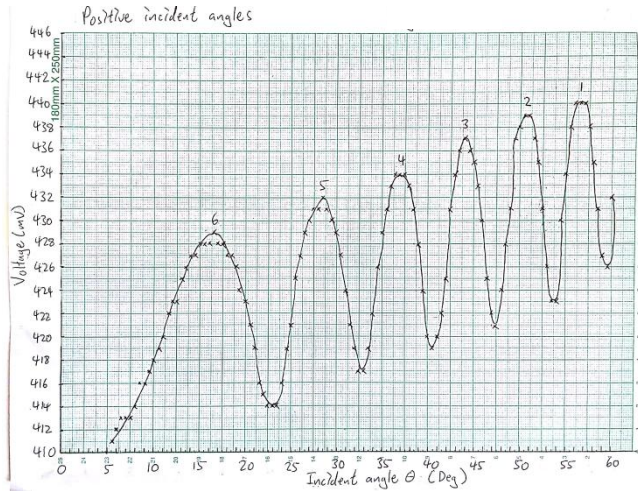
-0.1 pointsfor angular step $\theta > 2^\circ$]

-31.5	430	0.853
-31.0	431	0.857
-30.5	432	0.862
-30.0	431	0.866
-29.5	430	0.870
-29.0	428	0.875
-28.5	427	0.879
-28.0	424	0.883
-27.5	421	0.887
-27.0	418	0.891
-26.5	415	0.895
-26.0	413	0.899
-25.5	413	0.903
-25.0	413	0.906
-24.5	416	0.910
-24.0	418	0.914
-23.5	420	0.917
-23.0	422	0.921
-22.5	424	0.924
-22.0	426	0.927
-21.5	427	0.930
-21.0	428	0.934
-20.5	428	0.937
-20.0	429	0.940
-19.5	429	0.943
-19.0	428	0.946
-18.5	429	0.948
-18.0	428	0.951
-17.5	427	0.954
-17.0	426	0.956
-16.5	425	0.959
-16.0	423	0.961
-15.5	422	0.964
-15.0	419	0.966
-14.5	418	0.968
-14.0	416	0.970
-13.5	414	0.972
-13.0	414	0.974
-12.5	413	0.976
-12.0	412	0.978
-11.5	411	0.980
-11.0	411	0.982
-10.5	411	0.983
-10.0	411	0.985
-9.5	412	0.986
-9.0	412	0.988
-8.5	413	0.989
-8.0	414	0.990
-7.5	414	0.991
-7.0	415	0.993
-6.5	416	0.994
-6.0	416	0.995
-5.5	417	0.995
-5.0	418	0.996
-4.5	426	0.997
-4.0	425	0.998

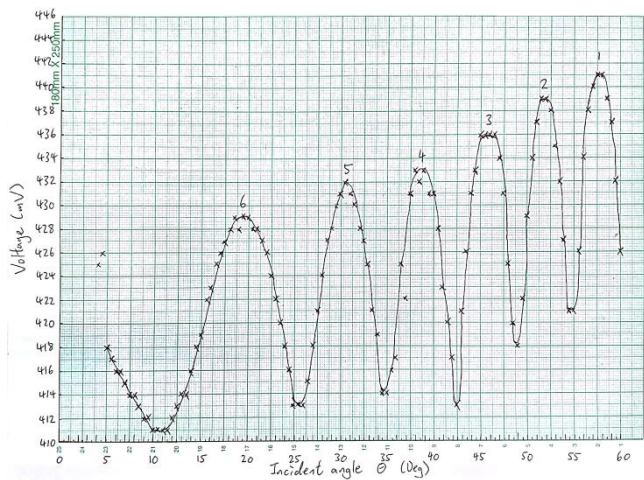
Reflection intensity against incident angle taken from $\theta \sim -4^\circ$ to -60° in 0.5° intervals on the (RHS) other side of the angular scale. The independent variable $\cos \theta$ should be added to Table E2_2. (The Ti-coated etalon used is #15.)

3

GraphE2_1



GraphE2_2



Graphs E2_1 and E2_2 show the relationship between the intensity and $|\theta|$ for the positive (LHS) and negative (RHS) incident angles respectively. The peak numbers are also labeled for all graphs.

TOTAL = 0.9points

0.4pointsfor displaying the data points (for both graphs)

0.1pointsfor displaying the units (for both graphs)

0.1pointsfor displaying the axis label(for both graphs)

0.1pointsfor displaying the axis ticks label (for both graphs)

0.2 pointsfor smooth curve (for both graphs)

[deduct half of the points if the above items are not shown in both graphs]

<p>4</p>	<p>Refer to Graphs E2_1 and E2_2.</p>	<p>TOTAL = 0.2 points</p> <p>0.2pointsfor labeling the peaks with appropriate peak numbers (for both graphs)</p> <p>[-0.1 points for wrong peak number order]</p>
<p>5</p>	<p>From Equation (1), the peaks correspond to constructive interference where the total phase difference of the two beams is equal to multiples of 2π, i.e.</p> $2kL\cos\theta_m + \phi_s = 2m\pi, \quad (2)$ <p>where $m = 1, 2, \text{etc...}$ is the interference order and θ_m is the corresponding incident angle for peak reflection intensity.</p> <p>Thus a plot of the interference order m vs. $\cos\theta_m$ will give a straight line with a slope related to the air-gap spacing L and an intercept related to the reflection phase ϕ_s. Since the interference order changes sequentially with the peak number, a plot of the peak number vs. $\cos\theta$ will also give a straight line with the same slope as the plot for the interference order vs. $\cos\theta$. However, the y-intercept is now shifted along the y-axis with respect to the plot for the interference order vs. $\cos\theta$.</p> <p>Thus $X(\theta) = \cos(\theta)$ should be chosen as the independent variable such that the intensity peaks will be evenly spaced in a plot of reflection intensity vs. $\cos(\theta)$. Furthermore, a plot of peak number vs. $\cos(\theta)$ will give a straight line that can be used to obtain the air-gap spacing L of the Ti-coated etalon and also the reflection phase ϕ_s of the Ti.</p>	<p>TOTAL = 0.3points</p> <p>0.2pointsfor deriving the correct equation (i.e. Eq.(2))</p> <p>0.1pointsfor m equals to integer number</p>
<p>6</p>	<p>Independent variable $X(\theta) = \cos(\theta)$</p> <p>Refer to Tables E2_1 and E2_2</p>	<p>TOTAL = 0.4points</p> <p>0.2pointsfor correct independent $X(\theta)$</p> <p>0.2 pointsfor working out the numbers of $X(\theta)$ in Tables E2_1 and E2_2</p>

7 Ideally, the locations of the peaks for (RHS) negative incident angles should be the same as for (LHS) positive incident angles for perfect optical alignment. Since there could be an offset in the locations of the peaks due to mis-alignment in the optics, the peak locations are better determined by averaging the negative and positive incident angles. After pairing, one would get the following table:

Table E2_3

Peak number(LHS)	θ_{LHS} (Deg)	Peak number(RHS)	θ_{RHS} (Deg)	$ \theta _{average}$ (Deg)	$\cos \theta _{average}$	m
6	16.50	6	-19.25	17.875	0.952	11
5	28.50	5	-30.75	29.625	0.869	10
4	36.50	4	-38.50	37.500	0.793	9
3	44.00	3	-45.75	44.875	0.709	8
2	51.25	2	-51.75	51.500	0.623	7
1	56.50	1	-57.75	57.125	0.543	6

θ_{LHS} refers the peak location obtained from Table E2_1.
 θ_{RHS} refers the peak location obtained from Table E2_2.
 $|\theta|_{average}$ is the average of $|\theta|_{LHS}$ and $|\theta|_{RHS}$.

TOTAL = 0.6 points

0.2 points for identifying the peaks and the corresponding LHS/RHS incident angles

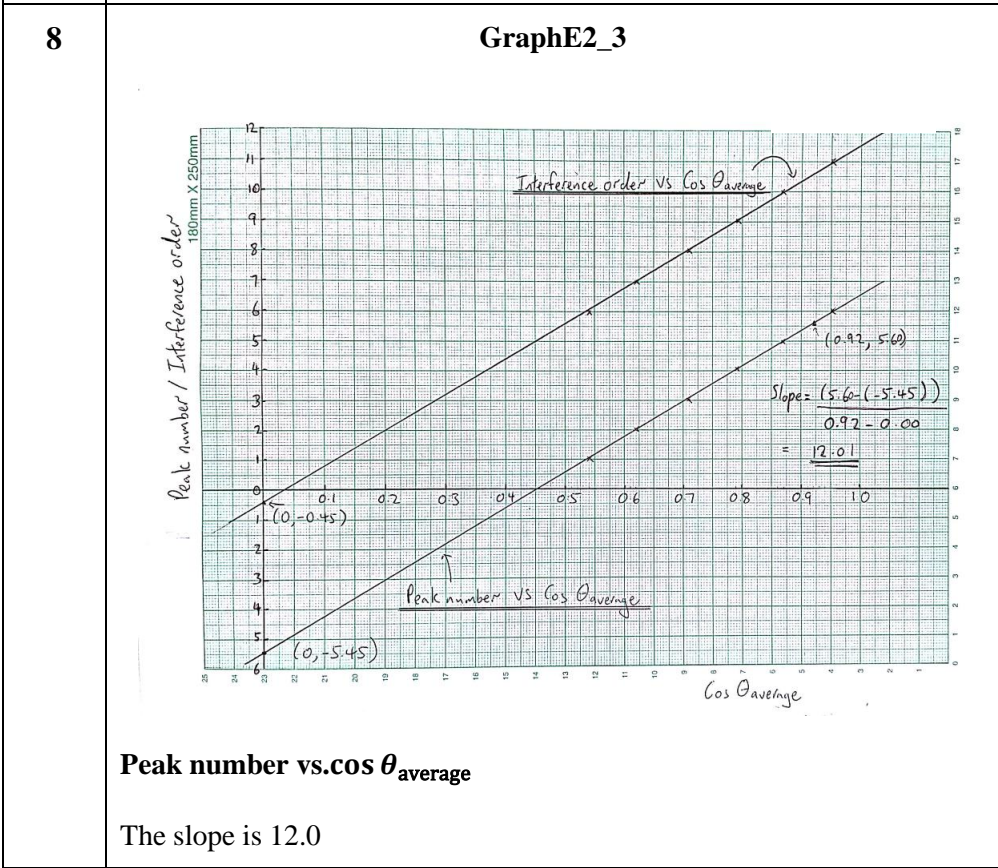
0.2 points for matching of peaks

0.2 points for calculating the average of the independent variable

[-0.1 points] for each unit missing

-0.1 points for displaying the incorrect number of significant figures except for peak and interference numbers

-0.1 points for mis-matching peak number]



TOTAL = 0.6 points

0.3 points for displaying the data points

0.1 points for displaying the units

0.1 points for displaying the axis label

0.1 points for displaying the axis ticks label

[-0.2 points] for plotting $\cos \theta$ vs. peak number or interference order (i.e. x-y axis are reserved)]

The y-intercept is -5.45

Interference order vs. $\cos \theta_{\text{average}}$

The slope is 12.0

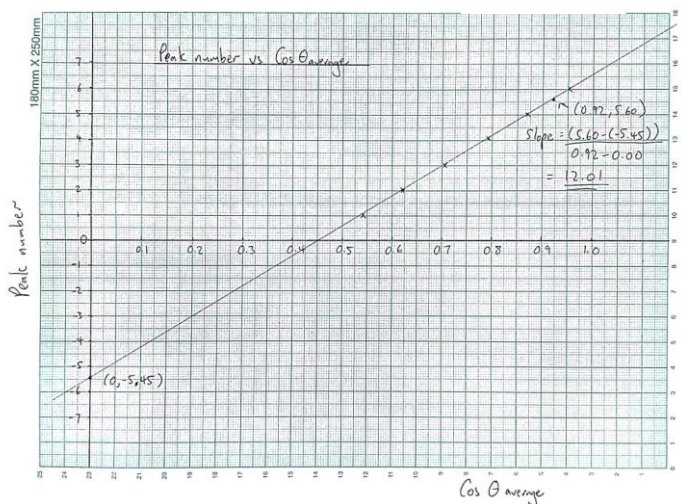
The y-intercept is -0.45

By plotting peak number against $\cos |\theta|_{\text{average}}$ and drawing a line through the data points, one could get the slope and the y-intercept, as shown in Graph E2_3. The same principle applies to plotting the interference order m against $\cos |\theta|_{\text{average}}$.

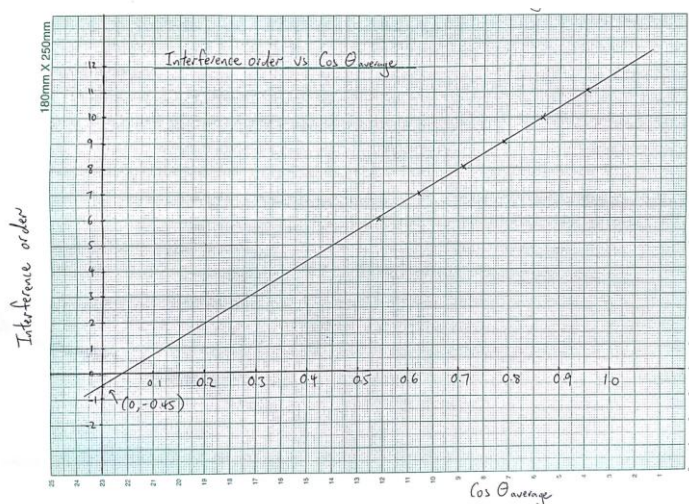
(Graphical solutions for the slope and intercept will be accepted.)

Note: Plotting these two graphs separately will also be acceptable as shown in Graph E2_3a and Graph E2_3b i.e.

GraphE2_3a



Graph E2_3b

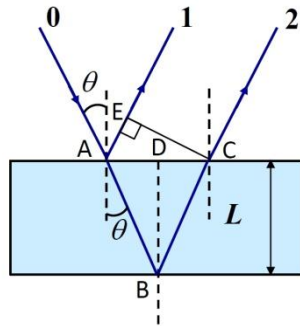


<p>9</p>	<p>Refer to Graph E2_3</p> <p>Peak number vs. $\cos \theta_{\text{average}}$</p> <p>The slope is 12.0 The y-intercept is -5.45</p>	<p>TOTAL = 0.4 points</p> <p>0.2 points for fitting a straight line</p> <p>0.1 points for deriving the value of the slope</p> <p>0.1 points for deriving the value of the y-intercept</p>
<p>10</p>	<p>Equation (2) in Tasks 5+6 can be rewritten in a simpler form for each constructive interference order m at incident angle θ_m as below:</p> $m = \frac{2L \cos \theta_m}{\lambda} + \frac{\phi_s}{2\pi} \quad (3a)$ <p>In Equation (3a), one can take the integer part of $\frac{2L \cos \theta_m}{\lambda}$ as the interference order, i.e.</p> $m = \text{Trunc} \left(\frac{2L \cos \theta_m}{\lambda} \right) \quad (3b)$ <p>Then the decimal part of $\frac{2L \cos \theta_m}{\lambda}$ is related to the reflection phase by</p> $\phi_{s,n} \equiv \frac{\phi_s}{2\pi} = \text{Trunc} \left(\frac{2L \cos \theta_m}{\lambda} \right) - \frac{2L \cos \theta_m}{\lambda} \quad (3c)$ <p>A simpler method to find the interference order m is to add to the peak number directly the absolute value of the integer part of the y-intercept obtained from the plot of peak number vs. $\cos \theta$ as shown in Graph E2_3, i.e. $m = \text{peak number} + \text{integer part of y-intercept in Graph E2_3}$.</p> <p>Then, the y-intercept of a plot of m vs. $\cos \theta$ will give the normalized reflection phase $\phi_{s,n} = \phi_s / 2\pi$ directly.</p> <p>$\phi_{s,n}$ is now defined within $(-1, 0)$, corresponding to ϕ_s chosen with $(-2\pi, 0)$.</p> <p>Refer to Table E2_3 for m.</p>	<p>TOTAL = 1.2 points</p> <p>0.3 points for deriving the correct equation (i.e. Eq.(3a))</p> <p>0.3 points for getting the expression for m (i.e. Eq.(3b))</p> <p>0.2 points for getting the expression for normalized reflection phase (i.e. Eq.(3c))</p> <p>0.2 points for defining the range for the reflection phase</p> <p>0.2 points for interference order added to Table E2_3.</p>

11	<p>Refer to Graph E2_3:</p> <p>From GraphE2_3, the slope for m vs, $\cos \theta$ is 12.01.</p> <p>Since slope of the line is equal to $2L/\lambda$, one can then obtain the value of L as</p> $L = \lambda \times \text{slope} / 2 = 0.650 \times \frac{12.01}{2} = 3.903 \mu \text{ m.}$ <p>The y-intercept is the normalized reflection phase</p> $\phi_{s,n} = -0.450 \text{ or } \phi_s = -2.828 \text{ rad.}$	<p>Total = 1.4points</p> <p>0.4pointsfor displaying the data points</p> <p>0.3pointsfor fitting a straight line</p> <p>0.4pointsfor deriving the value of the air-gap spacing</p> <p>0.3pointsfor deriving the value of the y-intercept</p> <p>[-0.1pointsfor $\phi_{s,n}$ outside (-0.9, -0.1)]</p>
-----------	--	---

Appendix:

Path difference calculation for an ideal air-gap etalon:



Path difference for beams 1 and 2 is equal to:

$$AB + BC - AE = \frac{2L}{\cos \theta} - 2L \sin \theta \tan \theta = 2L \cos \theta. (4a)$$

This is the path difference used in Equation (1).

It is also acceptable to calculate the path difference directly using

Equation (1), but will only be given half of the points as writing down

Eq. (4a).

 A mis-alignment of angle α between the laser beam and the angular scale

N/A

corresponds to a correction of α for the incident angle θ taken directly from the angular scale. Thus the incident angle is now $\theta + \alpha$. Hence the corrected path difference between beams 1 and 2 with a mis-alignment of angle α is:

$$AB + BC - AE = 2L \cos(\theta + \alpha). \quad (4b)$$

Thus the correction of the path difference for a mis-alignment of angle α as compared to the ideal case of perfect alignment is:

$$\Delta = 2L \cos(\theta) - 2L \cos(\theta + \alpha) \sim 2L \sin\theta \sin\alpha. \quad (4c)$$

Hence, the error for the reflection phase due to mis-alignment is $2\pi\Delta/\lambda$, or Δ/λ when normalized by 2π .

Now one can use $L = 5\mu\text{m}$, $\theta = 30^\circ$, and $\lambda = 0.650\mu\text{m}$ to get the error for the reflection phase due to a $\alpha = 1^\circ$ mis-alignment by using Equation(4c):

The value of Δ by using Equation(4c) is:

$$\begin{aligned} \Delta &= 2 \times (5.00 \times 10^{-6}) \times \sin 30^\circ \times \sin 1^\circ \\ &= 0.0873 \times 10^{-6} \text{ m.} \end{aligned}$$

Now, the phase error is is $2\pi\Delta/\lambda$, or Δ/λ

$$\sigma_{\phi_s} = 2\pi \times (0.0873 \times 10^{-6}) / (0.650 \times 10^{-6}) = 0.843 \text{ rad,}$$

$$\sigma_{\overline{\phi_s}} = 0.134 \text{ (normalized by } 2\pi\text{).}$$