

### Задача 3

Гравитационные линзы – это феномен когда свет от отдаленного источника отклоняется из-за искривления пространства-времени, вызванного массивным телом расположенным близко к линии соединяющей наблюдателя и обозреваемый удаленный объект. Этот феномен впервые наблюдался во время солнечного затмения в 1919 году, когда наблюдаемое положение звезд находящихся за солнцем отличалось от астрономических положений, подтверждая сделанные ранее предсказания Эйнштейна. В случае если наблюдатель, объект массы  $M$ , выступающий в роли линзы и источник расположены на одной прямой, свет излученный источником отклонится на угол  $\alpha$  (в радианах):

$$\alpha = \frac{4GM}{r_E c^2}$$

где  $G$  - гравитационная постоянная ( $6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ),  $c$  – скорость света ( $3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ), а  $r_E$  – радиус Эйнштейна – наименьшее расстояние между объектом-линзой и траекторией луча света.

- (a) **(4 балла)** Нарисуйте схематический рисунок изображающий описанную выше систему - аналога линзы, состоящую из наблюдателя, линзы и источника света, находящихся на одной прямой. Нарисуйте схематически ход луча света и обозначьте на схеме  $\alpha$  и  $r_E$ . Также обозначьте угловой радиус Эйнштейна  $\theta_E$  (угловое отклонение изображения источника света, видимое с Земли), а также другие параметры которые может измерить наблюдатель, находящийся на Земле.
- (b) **(2 балла)** Схематически покажите изображение источника света (такого как звезда), видимый наблюдателем на Земле, в случае когда источник света, объект-линза и наблюдатель расположены на прямой линии.
- (c) **(3 балла)** Схематически покажите изображение источника света, такого как звезда, видимый наблюдателем на Земле, в неидеальном случае, когда источник света, объект-линза и наблюдатель не расположены на прямой линии. Сделайте наброски поясняющие почему получаются такие изображения.

Эффект гравитационных линз был предложен в качестве метода обнаружения массивных компактных гало-объектов (МаКГО) в нашей галактике и которые могут оказаться кандидатами на черную материю. Такие объекты часто являются останками потухших звездных систем, таких как нейтронные звезды и черные дыры. Так как орбиты и звезд и МаКГО проходят в пределах нашей галактики, существует шанс что эффект гравитационной линзы может наблюдаться когда черная дыра или нейтронная звезда будут проходить впереди какой-либо звезды.

- (d) **(3 балла)** Радиусом Шварцшильда черной дыры называют радиус, при котором скорость необходимая чтобы вырваться из поля черной дыры равна скорости света. Это также называется как точка-невозврата, так как что-либо находящееся внутри радиуса Шварцшильда никогда не сможет покинуть объект.

Используя классическую Ньютоновскую механику, выведите формулу для скорости необходимой чтобы покинуть точечный объект массой  $M$ , начав движение с расстояния  $r$  от объекта (вторая космическая скорость). Таким образом, выведите формулу для радиуса Шварцшильда, точечного объекта с массой  $M$ , используя гравитационную постоянную  $G$  и скорость света  $c$ . Это дает «размер» черной дыры массы  $M$ . Покажите ваши рассуждения детально. (По случайности такая грубая оценка совпадает с результатом полученным с использованием общей теории относительности).

- (e) **(1 балл)** Напишите выражение для радиуса Шварцшильда объекта-линзы в случае, когда источник света, линза и наблюдатель расположены на прямой линии, и значения параметров  $\alpha$  и  $r_E$  известны.
- (f) **(2 балла)** Рассмотрите случай, когда в качестве объекта линзы выступает объект с массой в несколько солнечных масс ( $M \sim 10^{30}$  kg), расположенный вблизи нашей галактики (расстояние  $D_L \sim 10^{18}$  m), в то время как источник света расположен немного дальше ( $D_S \sim$  несколько  $D_L$ ). Что из нижеследующего справедливо в этом случае?

- |   |   |
|---|---|
| • $\alpha$ - велико и для обеспечения точности нужно учитывать $\operatorname{tg} \alpha$ , $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ | • $\theta_E$ - велико и для обеспечения точности нужно учитывать $\operatorname{tg} \theta_E$ , $\sin \theta_E$ и $\cos \theta_E$ |
| • $\alpha$ - мало, значит допустимы приближенные выражения для $\operatorname{tg} \alpha$ , $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ | • $\theta_E$ - мало, значит допустимы приближенные выражения для $\operatorname{tg} \theta_E$ , $\sin \theta_E$ и $\cos \theta_E$ |
| • $\alpha$ не важен и не используется в вычислениях   | • $\theta_E$ не важен и не используется в вычислениях   |

- (g) **(3 балла)** Используя условия полученные из части (f), перепишите ваше выражение из пункта (e) через измеряемые величины ( $\theta_E$ ,  $D_S$  и  $D_L$ ) объекта-линзы, имеющего размер в несколько солнечных масс ( $M \sim 10^{30}$  kg) и находящегося в ближайших районах нашей галактики (расстояние  $D_L \sim 10^{18}$  m) с источником света на расстоянии ( $D_S \sim$  несколько  $\times D_L$ ). Распишите детально ваши шаги.

- (h) **(2 балла)** Предположим что нам посчастливилось наблюдать событие, когда объект-линза массой  $6.0 \times 10^{30}$  kg (3.0 солнечных массы), прошел на расстоянии  $2.6 \times 10^{18}$  m от Земли, впереди звезды, находящейся на расстоянии  $9.2 \times 10^{18}$  m от Земли. Это произошло так, что реализовалась идеальная ситуация, когда источник света, линза и наблюдатель расположились на одной прямой. Каким будет угловой радиус Эйнштейна  $\theta_E$  (наблюдаемый с Земли) во время этого события?