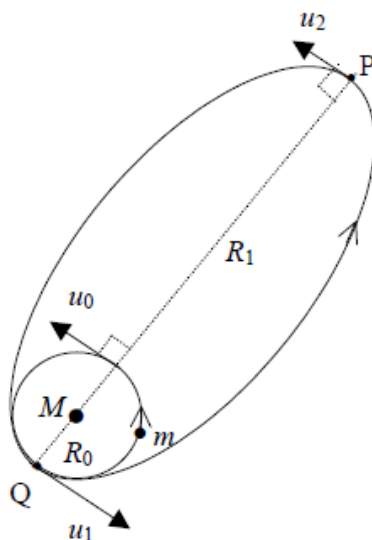


Теоретическая задача 1

Изменение орбиты спутника

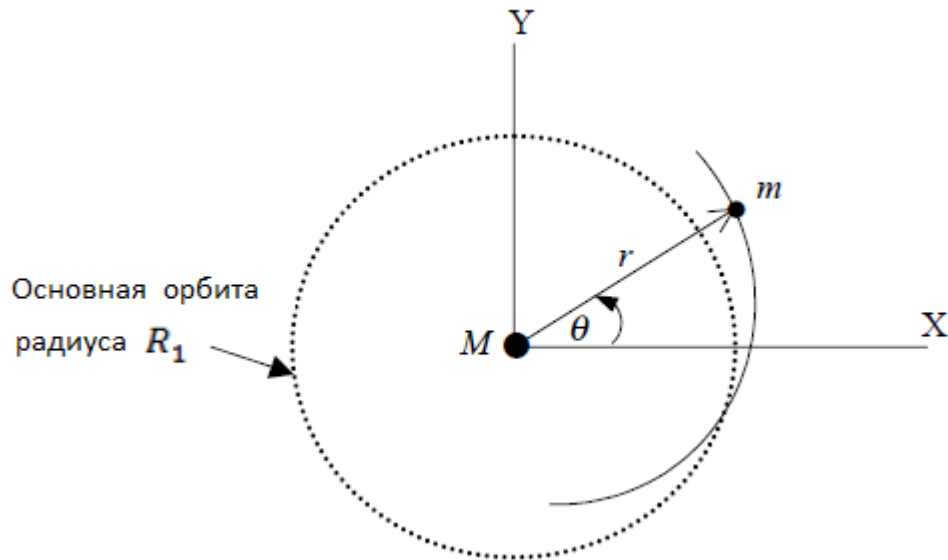
Перевод на русский: Константин Ломов

Сейчас мы примем участие в запуске спутника, что потребует, с точки зрения физики, только использования простой механики.



- a) Спутник массы m изначально вращается вокруг Земли массы M по круговой орбите радиуса R_0 . Чему равна скорость u_0 спутника, выраженная через M , R_0 и универсальную гравитационную постоянную G ? (1 балл)
- b) Мы решили запустить спутник по траектории, которая доставит его в точку P на расстоянии R_1 от центра Земли (см. рис.), увеличив (почти мгновенно) скорость спутника в точке Q с u_0 до u_1 . Выразите значение u_1 через u_0 , R_0 , R_1 . (2 балла)
- c) Выразите через u_0 минимальное значение u_1 , которое позволит спутнику полностью преодолеть земное притяжение. (1 балл)
- d) (Для ситуации из пункта b.) Чему равна скорость u_2 спутника в точке P , выраженная через u_0 , R_0 , R_1 ? (1 балл)
- e) Теперь мы хотим изменить орбиту спутника в точке P на круговую радиуса R_1 , увеличив его скорость (почти мгновенно) с u_2 до u_3 . Чему равно значение u_3 , выраженное через u_2 , R_0 , R_1 ? (1 балл)

f)



Пусть спутник незначительно и мгновенно возмутили в радиальном направлении так, что он отклонится от идеальной круговой орбиты радиуса R_1 . Выведите период колебаний спутника T по радиусу r возле основного радиуса R_1 .

Подсказка: Участники могут использовать (если необходимо) уравнение движения спутника по орбите:

$$m \left[\frac{d^2}{dt^2} r - \left(\frac{d}{dt} \theta \right)^2 r \right] = -G \frac{Mm}{r^2}, \quad (1)$$

и закон сохранения момента импульса:

$$mr^2 \frac{d}{dt} \theta = \text{const.} \quad (2)$$

(3 балла)

г) Сделайте грубый набросок полной возмущенной орбиты спутника вместе с невозмущенной. (1 балл)

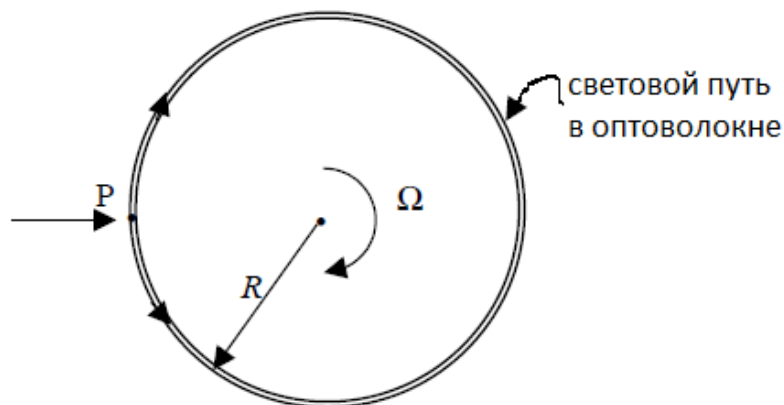
Теоретическая задача 2

Оптический гироскоп

Перевод на русский: Константин Ломов

В 1913 году Жорж Саньяк (1869-1926) использовал кольцевой резонатор для исследования дрейфа эфира относительно вращающейся системы. Однако, как часто случается, результаты его исследований пригодились в областях, о которых Саньяк не мог и думать. Одно из таких приложений – Оптоволоконный Гироскоп (ОВГ), принцип которого базируется на простом явлении, которое впервые наблюдал Саньяк. Эффект Саньяка основан на фазовом сдвиге двух когерентных лучей света, запущенных по кольцу из оптоволокна в противоположных направлениях. Этот фазовый сдвиг зависит от угловой скорости кольца.

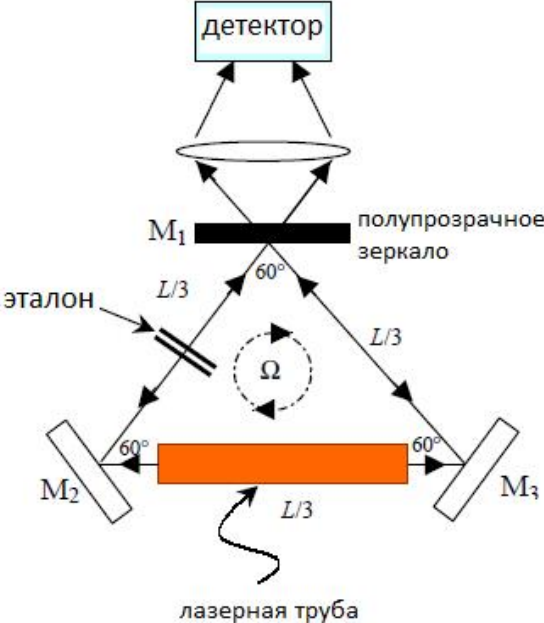

Как показывает схематическая диаграмма на рис. 1, световая волна попадает на круговой световой путь в оптоволокне радиуса R в точке P платформы, вращающейся с постоянной угловой скоростью Ω по часовой стрелке. Здесь световая волна разделяется на две волны, расходящиеся по кольцу в противоположных направлениях: по часовой стрелке (ЧС) и против часовой стрелки (ПЧС). Показатель преломления материала оптоволокна равен μ . Будем считать, что свет распространяется в оптоволоконном кабеле по гладкой круговой траектории радиуса R .



- На практике орбитальная скорость кольца значительно меньше скорости света ($(R\Omega)^2 \ll c^2$). Найдите разность времен $\Delta t = t^+ - t^-$, где t^+ и t^- обозначают времена полного обращения в кольце лучей ЧС и ПЧС соответственно. Выразите свой ответ через площадь A , ограниченную кольцом. (2 балла)
- Найдите разность длин оптических путей ΔL лучей ЧС и ПЧС для одного их полного оборота во вращающемся кольце. (2 балла)
- Чему равно максимальное значение ΔL для кругового оптоволокна радиуса $R = 1$ м, вращающегося с периодом обращения Земли? Используйте $\mu = 1,5$. (1 балл)

- d) В пункте b) точность измерений может быть повышена увеличением числа витков N в оптоволоконной катушке. Найдите разность фаз $\Delta\theta$ для лучей, прошедших катушку. (1 балл)

Вторая схема Оптического Гироскопа – это Контурный Лазерный Гироскоп (КЛГ). Он состоит из активного лазерного резонатора, включенного в контур в форме равностороннего треугольника периметра L , как показано на рис. 2. Лазерный источник генерирует два когерентных луча, направленных в противоположные стороны. Для сохранения лазерных колебаний в этом треугольном резонаторе его периметр должен быть кратен целому числу длин волны λ . Эталон, дополнительный компонент, вставленный в контур, не пропускает определенные частоты в резонаторе, что позволяет погасить нежелательные моды колебаний.

	
<p>Рис. 2 Схематическое изображение КЛГ</p>	<p>Рис. 3 КЛГ, рассматриваемый в задаче</p>

- e) Найдите разность времен лучей ЧС и ПЧС Δt для случая треугольного контура, изображенного на рис. 2. Выразите ответ через Ω и площадь A , ограниченную контуром. Покажите, что результат тот же, что и в случае с кольцевым гироскопом. (2 балла)
- f) Если кольцо вращается с постоянной угловой скоростью Ω , как показано на рис. 2, то измерения частоты лучей ЧС и ПЧС различаются. Выразите наблюдаемую частоту биений $\Delta\nu$ между лучами ЧС и ПЧС через L , Ω и λ . (2 балла)

Теоретическая задача 3

Плазменная линза

Перевод на русский: Константин Ломов

Физика интенсивных пучков частиц имеет большое значение не только в фундаментальных исследованиях, но и применяется в медицине и промышленности. Плазменная линза – это устройство, обеспечивающее сверхточную фокусировку в конце линейных ускорителей. Для того, чтобы представить возможности плазменной линзы, можно сравнить ее с обычными магнитными и электростатическими линзами. В магнитной линзе способность фокусировки пропорциональна градиенту магнитного поля. Достижимый на практике верхний предел для квадрупольной фокусирующей линзы составляет порядка 10^2 Тл/м, в то время как у плазменной линзы с концентрацией 10^{17} см⁻³ способность фокусировки эквивалентна градиенту магнитного поля, равному $3 \cdot 10^6$ Тл/м (примерно на четыре порядка больше).

Далее мы разъясним, почему интенсивные пучки релятивистских частиц могут самофокусироваться и не рассеиваться в окружающее пространство.

- a) Рассмотрим длинный цилиндрический пучок электронов с равномерной концентрацией частиц n и средней скоростью v (обе величины даны в лабораторной системе отсчета). Выведите зависимость напряженности электрического поля от расстояния r до центральной оси пучка, используя классический электромагнетизм. (1 балл)
- b) Выведите зависимость для магнитного поля в той же точке, что и в пункте а). (2 балла)
- c) Чему равна результирующая сила, отталкивающая электрон в пучке в этой точке? (1 балл)
- d) Считая, что выражение, полученное в пункте c), применимо на релятивистских скоростях, напишите, чему будет равна сила, действующая на электрон, при приближении v к скорости света c , где $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$? (1 балл)
- e) Если пучок электронов радиуса R входит в плазму с равномерной концентрацией $n_0 < n$ (плазма – это ионизированный газ из ионов и электронов с равными плотностями заряда), то чему равна результирующая сила, действующая на неподвижный ион плазмы на расстоянии r' от оси пучка электронов вне пучка в момент, когда пучок уже давно находится в плазме? Вы можете предполагать, что концентрация ионов в плазме остается постоянной и сохраняется цилиндрическая симметрия. (3 балла)

- f) Чему в этот момент равна сила, которая действует на электрон пучка, находящийся на расстоянии r от оси пучка в плазме, при $v \rightarrow c$ и при условии, что концентрация ионов в плазме остается постоянной и сохраняется цилиндрическая симметрия? (2 балла)